

# RELATIVIDAD Y MECÁNICA CUÁNTICA: CIEN AÑOS DE LA HIPÓTESIS CUÁNTICA

FRANCISCO J. YNDURÁIN MUÑOZ  
Real Academia de Ciencias

## INTRODUCCIÓN

Cuando en 1905 Einstein formuló la teoría de la relatividad, produjo también la que, sin duda, es la más conocida ecuación de la física,

$$E = mc^2.$$

Esta ecuación expresa la equivalencia de masa y energía:  $E$  es la energía correspondiente a una partícula de masa  $m$ . En la fórmula que liga estas dos magnitudes,  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío, 300 000 km/segundo. Debido a lo enorme de este número, la energía que se produce al desintegrarse la materia, o la que es necesaria para crear materia a partir de energía, es muy sustancial. Si, por ejemplo, pudiésemos desintegrar la milésima parte de la materia de un gramo de hidrógeno, su temperatura subiría a diez mil millones de grados.

Aunque menos conocidas que la ecuación de Einstein, las relaciones de incertidumbre (o indeterminación; ambas denominaciones se utilizan indistintamente) de Heisenberg (1927) tienen un significado tal vez más profundo que aquélla. Las relaciones de incertidumbre que a nosotros nos van a interesar se escriben como:

$$\Delta x \cdot \Delta p \simeq h/2\pi$$

y

$$\Delta t \cdot \Delta E \simeq h/2\pi,$$

donde  $h$  es la llamada *constante de Planck*, introducida por éste en 1900. En la primera ecuación  $\Delta x$ ,  $\Delta p$  representan, respectivamente, la *indeterminación* en la posición y momento (igual al producto de masa por velocidad, en la aproximación no-relativista) de una partícula.

Esta indeterminación puede entenderse de distintas maneras. Por ejemplo, si intentamos medir la posición de una partícula, digamos de un electrón, con una precisión de  $\Delta x = 1$  mm, entonces su velocidad estará indeterminada, *al menos*, unos cien kilómetros por hora. Asimismo, la segunda ecuación de Heisenberg, conocida también como relación de incertidumbre de Bohr-Heisenberg, nos dice

que la energía de una partícula puede fluctuar en la cantidad  $\Delta E$ , con tal de que estas fluctuaciones duren un tiempo  $\Delta t$ .

La relación de incertidumbre de Heisenberg puede deducirse de una igualdad, la llamada *regla de commutación* de Heisenberg:

$$[\hat{x}, \hat{P}] = i\hbar/2\pi,$$

donde,  $\hat{x}$ ,  $\hat{P}$  son los operadores que corresponden a las cantidades observables posición y momento, respectivamente, de una partícula.

Así como  $c$  es muy grande, y, por lo tanto, las correcciones relativistas son despreciables para velocidades pequeñas comparadas con la luz,  $h$  es muy pequeño y, por lo tanto, para objetos macroscópicos la indeterminación de Heisenberg es inobservable. Pero esta indeterminación permite una de las propiedades más extrañas de la mecánica cuántica: que todos los objetos microscópicos tienen a la vez una estructura de onda y de partícula. Así, la luz tiene naturaleza ondulatoria, pero puede considerarse también como un enjambre de partículas, los *fotones*, como Einstein ya sugirió en 1905. Y, por otra parte, objetos tales como los electrones que aparecen como partículas, tienen también un comportamiento ondulatorio. Esto fue postulado en 1923 por Louis de Broglie y comprobado experimentalmente poco después.

Por supuesto, ni la ecuación de Einstein ni las de Heisenberg que acabamos de discutir son las únicas que definen relatividad y mecánica cuántica. En particular, una buena parte de los resultados de la mecánica cuántica no-relativista pueden obtenerse a partir de ecuaciones encontradas en 1926 por el gran físico austriaco Erwin Schrödinger. En su versión conocida como *dependiente del tiempo*, la ecuación de Schrödinger se escribe como:

$$i\hbar \partial_t \Psi(x, t) = \left[ \frac{1}{2m} \hat{P}^2 + V(x) \right] \Psi(x, t)$$

y nos indica la evolución en el tiempo ( $\partial_t$ ) de la *función de onda*,  $\Psi(x, t)$ , cuyo valor describe el estado de una par-

tícula en mecánica cuántica.  $V$  es el valor del potencial correspondiente a las fuerzas a las que estuviera sujeta la partícula  $y$ , finalmente,  $\hbar$  es la constante de Planck racionalizada,  $\hbar = h/2\pi$ . Puede demostrarse, como hicieron Pauli, el propio Schrödinger y (con más detalle) el británico Paul Dirac, que la dinámica implicada por la ecuación de Schrödinger es equivalente a la que se sigue de las relaciones de Heisenberg.

La teoría de la relatividad fue (como ya se ha dicho) presentada en 1905 por Einstein, culminando trabajos de Fitzgerald, Lorentz y Poincaré. Su postulado básico es la invariancia de la velocidad de la luz, de donde se sigue, por ejemplo, la relación de Einstein presentada en la ecuación de más arriba. Desde el principio intentaron los físicos reformular las diferentes dinámicas para hacerlas compatibles con la relatividad. El propio Einstein fue el principal artífice de la formulación de la teoría de la gravitación universal, completada en 1915, y compatible con la relatividad. A esta teoría se la conoce también como *relatividad general*, y constituye uno de los logros mayores del intelecto humano, en el que se reduce la gravitación a geometría. No fue un esfuerzo fácil, y requirió no sólo el genio de Einstein, sino, en diversos estadios, la colaboración de gigantes de la ciencia, como Hilbert o Hermann Weyl, entre otros. Sin embargo, ha resultado mucho más difícil aún el formular dinámicas compatibles, *a la vez*, con la relatividad y la mecánica cuántica, lo que sólo se consiguió en los años cincuenta del siglo XX para las interacciones electromagnéticas y en 1971-1973 para interacciones débiles y fuertes, algo que todavía no se ha conseguido para las interacciones gravitatorias.

#### CONSECUENCIAS PRÁCTICAS DE LA RELATIVIDAD Y LA MECÁNICA CUÁNTICA

Antes de discutir implicaciones más profundas, esotéricas o precisas de relatividad y mecánica cuántica, queremos dedicar unas palabras a responder la siguiente pregunta: ¿En qué nos afectan? En efecto, existe una corriente de opinión, desgraciadamente muy generalizada en nuestro país, que parece implicar que materias tan abstrusas como la relatividad o la mecánica cuántica sólo son de interés para unos pocos científicos excéntricos, aferrados a sus pizarras o encerrados en sus laboratorios, pero sin interés práctico para el mundo de todos los días. Es, por lo tanto, deseable el intentar, al menos, combatir tan nefasto prejuicio.

Esta pregunta, acerca de cómo la relatividad y la mecánica cuántica nos afectan puede verse desde dos puntos de vista. En primer lugar, podemos preguntarnos cómo sería el Universo si una de las dos no existiera; en segundo lugar, dado que la naturaleza hace uso tanto de relatividad como de mecánica cuántica, ¿qué consecuencias prácticas ha tenido nuestro conocimiento de este hecho?

Con respecto a la primera pregunta, podemos tratar de imaginarnos cómo sería el Universo si las leyes relativistas

no fuesen ciertas. Entonces, para empezar, tendríamos que resucitar el éter o prescindir de ondas electromagnéticas, incluida la luz. Pero las consecuencias prácticas serían más catastróficas que ésta. Si suponemos que el demiurgo decide cambiar las leyes de la naturaleza y suspender las consecuencias de la teoría de la relatividad, el mundo dejaría de ser habitable muy pronto. En efecto, la energía que recibimos del Sol se debe a que éste transforma parte de su masa en energía según la fórmula de Einstein que mencionamos al principio. Es cierto que también desaparecerían las bombas atómicas, pero tal ventaja no compensaría la pérdida del calor solar sin el que la vida en la Tierra duraría pocas semanas.

Si mantenemos la relatividad pero suprimimos la mecánica cuántica, las consecuencias serían aún más drásticas. No sólo el Sol se vuelve a apagar (el proceso por el que convierte parte de su masa en energía necesita *también* de la mecánica cuántica), sino que toda la materia, incluidos nosotros mismos, colapsaría a dimensiones miles de veces menores que su tamaño actual. Los átomos sólo se mantienen estables gracias a las propiedades cuánticas; sin ellas, los electrones caerían sobre los núcleos en millonésimas de segundo, produciendo, además, enormes cantidades de energía que nos cocerían, a la vez, a cientos de miles de grados.

Estos hechos son, sin duda, importantes; pero tampoco cabe duda de que aunque (afortunadamente) no está en nuestro poder anular relatividad o mecánica cuántica, podemos, sin embargo, plantearnos la cuestión más terrestre de la importancia práctica de nuestro conocimiento acerca de estos dos temas.

Lo cierto es que la importancia práctica de nuestro conocimiento de relatividad y mecánica cuántica ha sido inmensa, y ha afectado a áreas muy variadas de la actividad humana; pero aquí nos limitaremos a unos pocos ejemplos para cada una.

Con respecto a las aplicaciones de la relatividad no hay duda de que la más impactante es la obtención de energía consumiendo masa según la ecuación de Einstein  $E = mc^2$ . Tanto por sus usos pacíficos (centrales nucleares) como bélicos (bombas nucleares y termonucleares) hay pocas dudas de que nuestra sociedad sería muy distinta si no hubiésemos descubierto estas aplicaciones de la teoría de la relatividad.

Una aplicación menos conocida de la teoría de la relatividad es la llamada tomografía de positrones. Aquí utilizamos positrones; estos objetos son las antipartículas de los electrones, cuya existencia fue prevista por las teorías cuánticas y relativistas de las interacciones electromagnéticas. Si inyectamos a un paciente un material que emita positrones, éstos se aniquilan con los electrones del cuerpo del paciente emitiendo energía en forma de rayos gamma, que atraviesan sin problemas el cuerpo y se pueden detectar: este método proporciona las imágenes tomográficas más precisas, y es el menos invasor.

Las aplicaciones de la mecánica cuántica son, tal vez, aún más importantes que las de la relatividad. Los tran-

sistores, y los microchips, funcionan con mecanismos que se inventaron aplicando ideas cuánticas para estudiar las propiedades de ciertos materiales: los hoy ubícuos ordenadores, cámaras digitales, etc., han sido posibles porque hemos comprendido la teoría cuántica de la materia. El efecto láser es también un efecto cuántico, como lo son el efecto fotoeléctrico (utilizado en tomavistas para televisión) o el microscopio electrónico (figura 1).

Ambos efectos se deben a que, según la mecánica cuántica, un objeto se puede comportar como onda y como partícula. En el efecto fotoeléctrico es la luz la que se comporta como un enjambre de partículas (fotones), que, al golpear a los electrones de un material, le arrancan electrones.

Éstos forman una corriente eléctrica, que es la que transmite la información de la imagen. El posible comportamiento de la luz como partículas fue sugerido por Einstein en 1905.

En 1923, Louis de Broglie argumentó que si la luz, que tiene un comportamiento ondulatorio, puede comportarse como un conjunto de partículas, los electrones deberían tener a su vez un comportamiento ondulatorio. Por lo tanto, podríamos utilizarlos para «ver». Esto es lo que se hace con un microscopio electrónico; un aparato sin el que los gigantescos avances realizados en biología y medicina en los últimos setenta años hubiesen sido imposibles.

### ELECTRODINÁMICA CUÁNTICA

En el apartado anterior hemos discutido aplicaciones tanto de relatividad como de mecánica cuántica, en lo que resta vamos a referirnos a intentos de formulación de teorías *simultáneamente* relativistas y cuánticas. Comenzando por las de interacciones electromagnéticas, que se encuentran entre las más precisas que el hombre haya formulado: hasta doce y más cifras decimales de acuerdo entre teoría y experimento.

*La ecuación de Dirac.* Cuando escribió su ecuación el propio Schrödinger sugirió una generalización que la hiciera compatible con la teoría de la relatividad. Tal ecuación (conocida como *ecuación de Klein-Gordon*, por los nombres de los científicos que más la estudiaron) no describen correctamente los electrones, únicas partículas elementales que se conocían en la época; pero no pasó mucho tiempo hasta que Dirac, en 1928, propusiese su famosa ecuación:

$$i\hbar \partial_t \Psi(x, t) = c \gamma_0 \gamma^i \hat{p}_i \Psi(x, t) + mc^2 \gamma_0 \Psi(x, t) + V(x) \Psi(x, t).$$

Aquí, las  $\gamma$  son matrices en espacio de espín, y el potencial  $V$  podemos, por ejemplo, suponerlo el de una carga eléctrica externa que actúe sobre el electrón. Aunque esta ecuación no es completamente satisfactoria, por motivos que veremos después, representa, sin embargo, un importante paso en la comprensión de los requisitos que la relatividad impone sobre la mecánica cuántica: además de producir varios resultados en acuerdo con las medidas ex-

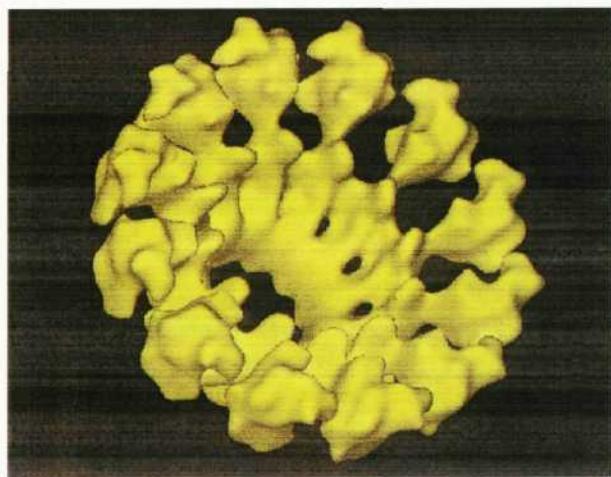


Fig. 1.—Imagen de un virus obtenida con un microscopio electrónico.  
(Comunicado por J. L. López Carrascosa).

perimentales. En efecto, las correcciones que la ecuación de Dirac implica para los niveles energéticos del átomo de hidrógeno, la llamada *estructura fina*, estaban de acuerdo con los obtenidos en medidas espectroscópicas; y la ecuación de Dirac implica también la existencia de un momento magnético  $\mu_e$  para el electrón, de valor igual al llamado magnetón de Bohr,  $\mu_B = e\hbar/2mc$ , con  $e$  la carga eléctrica del electrón, también de acuerdo con el valor experimental. Finalmente, la ecuación de Dirac conlleva la existencia de *antipartículas*. Esto es, la ecuación implica la existencia, para cada partícula (por ejemplo, el electrón, símbolo  $e^-$ ) de una antipartícula (el *positrón*, símbolo  $e^+$  y al que ya nos hemos referido), con todas las propiedades idénticas excepto la carga eléctrica, que es opuesta. Y en efecto, el positrón fue identificado por Anderson en rayos cósmicos (1931), habiéndose encontrado sucesivamente todas las demás antipartículas sin excepción.

A pesar de estos éxitos, está claro que la ecuación de Dirac no puede representar una unificación completa de relatividad y mecánica cuántica para las fuerzas electromagnéticas; y esto por los siguientes motivos: en primer lugar, no describe los procesos de emisión y absorción de radiación que se dan, por ejemplo, en la desintegración de los niveles excitados del átomo de hidrógeno, ni la colisión de fotones y electrones, conocida como *colisión Compton*:

$$\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$$

(el símbolo  $\gamma$  representa aquí al fotón).

En segundo lugar, la ecuación de Dirac contiene todavía un potencial «instantáneo»,  $V(x)$ , mientras que sabemos que la relatividad implica que las interacciones deben propagarse con velocidad finita, a lo máximo la de la luz.

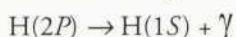
Finalmente, y aunque la ecuación de Dirac predice la existencia de los positrones, no describe los procesos de creación y aniquilación de éstos, por ejemplo, los procesos observados experimentalmente:

$$e^+ e^- \rightarrow 2 \text{ ó } 3 \gamma$$

La primera objeción a la ecuación de Dirac fue resuelta por él mismo en 1927; de hecho, antes de inventar su ecuación, en un trabajo en el que se introducía la interacción con un campo electromagnético por medio de la sustitución mínima:

$$\hat{P} \rightarrow \hat{P} - \frac{e}{c} \hat{A},$$

donde  $e$  es la carga del electrón y la novedad consiste en que  $\hat{A}$ , el potencial vectorial electromagnético, se interpreta ahora como un *operador*, capaz de crear o aniquilar fotones. De esta manera pudo Dirac calcular la probabilidad de desintegración de niveles energéticos excitados, como:



o la colisión Compton. El trabajo original de Dirac se realizó en un contexto no-relativista, pero no hay dificultad en generalizarlo a la propia ecuación de Dirac.

El reemplazamiento del campo electromagnético clásico («número- $c$ »,  $c$  de clásico) por un operador («número- $q$ »,  $q$  de cuántico, *quantum*) que crea y aniquila las partículas asociadas indicaba la dirección correcta. Todas las partículas deben ser representadas, en una teoría completamente cuántica y relativista, en la que se implemente la posibilidad indicada por la ecuación de Einstein de transformación de materia de energía, por operadores campo contenido creación y aniquilación de partículas. Este proceso se denomina a veces «segunda cuantización».

Es difícil de sobreestimar la importancia de la formulación de segunda cuantización de las interacciones entre electrones (y positrones) y fotones, que permite dar una descripción, unificando relatividad y mecánica cuántica, de *todos* los procesos puramente electromagnéticos, y resuelve los problemas que presentaba la ecuación de Dirac. Así, la interacción entre partículas cargadas que resulta ser debida al intercambio de fotones entre estas partículas, como se muestra en la figura 2. En el límite de velocidades pequeñas en comparación con la de la luz, puede demostrarse que la interacción representada en ésta se reduce a una interacción con un potencial coulombiano ordinario, *con correcciones relativistas*. Estas correcciones,

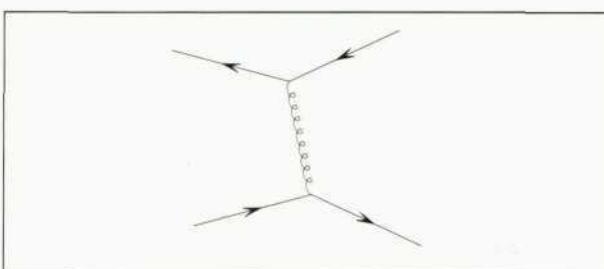


Fig. 2.- La interacción entre dos partículas se entiende, en mecánica cuántica relativista, a través del intercambio de la partícula correspondiente a la interacción. La línea ondulada representa el intercambio de un fotón para interacciones electromagnéticas.

evaluadas por G. Breit, E. Fermi y H. A. Bethe se deben, en particular, a que la interacción descrita por la figura no es instantánea, produciéndose un efecto de retardación en el potencial debido a la velocidad finita de propagación del fotón. De nuevo, las correcciones de retardación fueron comprobadas experimentalmente, en especial en el positrón (estado ligado de electrón y positrón) y en el átomo de helio, donde son más importantes.

Estos éxitos culminaron entre 1949 y 1952 en los trabajos de Schwinger y Feynman (entre otros) que mostraron cómo obtener, al menos en principio, predicciones a orden arbitrario de precisión desarrollando en serie de potencias de la llamada *constante de estructura fina*

$$\alpha = e^2/hc \approx 1/137.036\dots$$

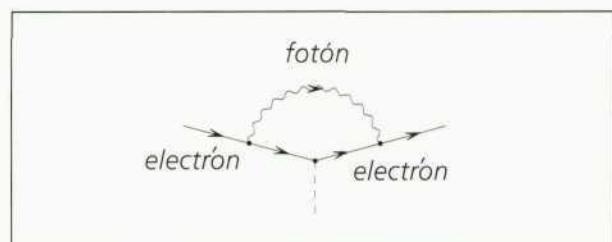


Fig. 3.- Emisión y absorción de un fotón por un electrón que, en el intermedio, interacciona con un campo externo (línea de puntos).

## CORRECCIONES RADIATIVAS

A pesar de su aparente simplicidad, la teoría de interacciones incorporando relatividad y mecánica cuántica presenta problemas bastante complejos. De hecho, hasta 1947 sólo se habían hecho cálculos al orden más bajo no trivial. Éstos incluían los efectos de retardación ya indicados, o el cálculo a orden más bajo de la aniquilación de electrón-positrón en dos o tres fotones. Pero pronto se vio que cálculos a órdenes superiores presentaban dificultades nuevas; y ya antes de la guerra Heisenberg y Pauli se habían dado cuenta de que la autoenergía del electrón resultaba ser, si se calculaba ingenuamente, *infinita*.

Pero también en el frente experimental había dificultades. En particular, en una serie de brillantes experimentos llevados a cabo alrededor de 1947, Lamb y Rutherford observaron que algunos niveles energéticos del átomo de hidrógeno que, según la teoría de Dirac (incluso después de haber incluido efectos de retardación) deberían haber sido degenerados, mostraban una cierta separación. Por ejemplo, entre los niveles 2S y 2P la separación era equivalente a  $1057.8 \pm 0.1$  Megaciclos. Análogamente, al realizarse medidas más precisas del momento magnético del electrón se halló una anomalía, una pequeña diferencia con el valor predicho por la teoría de Dirac.

Desde el punto de vista teórico, debemos considerar las llamadas *correcciones radiativas*. Este tipo de correcciones

aparecen cuando se tiene en cuenta el principio de incertidumbre, junto con la posibilidad relativista de crear partículas gastando energía. El efecto es el siguiente: una partícula (por ejemplo, un electrón) emite otra (por ejemplo, un fotón) de energía  $\Delta t = \hbar / \Delta E_p$ , después de lo cual es reabsorbida.

Esto se muestra gráficamente en la figura 3, en la que se representa un electrón que emite y luego reabsorbe un fotón, interactuando en el intervalo con un campo externo representado por la línea de puntos en la figura. Es evidente que la posibilidad de tales efectos modifican las propiedades de las partículas.

Así, Julian Schwinger, en 1947, mostró que la corrección debida a un proceso como el de la figura produce una anomalía en el momento magnético del electrón cuyo valor está en excelente acuerdo con el resultado experimental ya mencionado.

Teniendo en cuenta correcciones radiativas, todas las interacciones electromagnéticas resultan ser modificadas por efectos de orden  $\alpha$ ,  $\alpha^2$ , ...,  $\alpha^n$ , ...; la emisión o absorción de un fotón por un electrón tienen una probabilidad proporcional a la carga eléctrica de éste,  $e$ . Cuando tenemos en cuenta esto, resulta que los valores calculados teóricamente están en un perfecto acuerdo con los resultados experimentales.

Unas veces yendo por delante el experimento y otras la teoría, en la actualidad tenemos una serie de impresionantes tests de ésta, con acuerdos entre teoría y experimento que en algunos casos llegan a diez y más decimales, con una precisión que J. Horgan ha denominado *inhumana*. En el recuadro presentamos unos ejemplos de comparación de teoría y experimento (algunos involucrando muones, partículas con propiedades similares a las del electrón, pero con una masa 200 veces mayor descubiertas en 1937).

1. Momentos magnéticos de electrón ( $e$ ) y muón  $\mu$ . Damos los valores de la *anomalía*,  $a$ , que es en lo que se diferencia el momento magnético del magnetón de Bohr (predicho en primera aproximación por la teoría de Dirac).

experimento:  $a(e) = (1 159 652 188 \pm 3) \times 10^{-12}$

teoría:  $a(e) = (1 159 652 153 \pm 1.2 \pm 28.0) \times 10^{-12}$

experimento:  $a(\mu) = (1 165 924 \pm 8) \times 10^{-9}$

teoría:  $a(\mu) = (1 165 919 \pm 2) \times 10^{-9}$

En el momento magnético anómalo del electrón, el primer error es el del cálculo teórico; el segundo es debido al error *experimental* en el valor de  $\alpha$ , que hemos tomado como el obtenido del efecto Hall cuántico. De hecho, el error del cálculo teórico cuántico-relativista de  $a(e)$  es tan pequeño que podemos obtener el valor más preciso de  $\alpha$  utilizando. Si lo hacemos, obtenemos un valor para  $\alpha$ ,

$$\alpha \text{ (del momento magnético)} = 1/(137.035\ 99\ 57 \pm 0.000\ 000\ 52),$$

casi diez veces más preciso que lo más exacto obtenido con física macroscópica

$$\alpha \text{ (efecto Hall)} = 1/(137.036\ 003\ 70 \pm 0.000\ 003\ 30).$$

2. Para el efecto Lamb (desplazamientos de energías en los niveles energéticos del átomo de hidrógeno) tenemos:

experimento:  $\Delta E (2S_{1/2} - 2P_{1/2}) = 1 057 851 \pm 20$  kHz

teoría:  $\Delta E (2S_{1/2} - 2P_{1/2}) = 1 057 862 \pm 30$  kHz.

3. La estructura hiperfina (diferencia de niveles energéticos entre estados con diferente espín, y que se denota por  $\Delta\nu$ ) del hidrógeno es, posiblemente, el número mejor conocido en la naturaleza. Experimentalmente:

$$\Delta\nu \text{ (hidrógeno)} = 1 420.405 751 766 7 \pm 0.000\ 000\ 000\ 9 \text{ MHz},$$

pero la precisión del cálculo teórico «sólo» llega a una parte en un millón debido a que intervienen efectos de estructura del protón, que no son muy bien conocidos.

Un caso similar es el del positrón, estado ligado de electrón y positrón. Los valores experimental y teórico para la estructura hiperfina son ahora:

$$\Delta\nu \text{ (experimento)} = 203 389.1 \pm 0.74$$

$$\Delta\nu \text{ (teoría)} = 203 404.5 \pm 9.3$$

Las unidades son Mega Hertz (MHz).

4. Los desplazamientos de otros niveles energéticos en el positrón proporcionan también impresionantes tests: en Mega Hertz y con notación espectral:

$$\Delta E (2^3S_1 - 2^3P_0) \quad \Delta E (2^3S_1 - 2^3P_1) \quad \Delta E (2^3S_1 - 2^3P_2)$$

experimento:  $18\ 504.1 \pm 10 \quad 13\ 001.3 \pm 3.9 \quad 8\ 619.6 \pm 2.7$

teoría:  $18\ 496.1 \quad 13\ 010.9 \quad 8\ 625.2$

5. Los niveles energéticos en átomos complejos son predichos por la teoría con una precisión notable. Así, para el helio tenemos, en MHz,

experimento:  $E (1s2s^2S_1) = 1 152 842 742.9 \pm 6.0$

$E (1s2s^1S_0) = 960 332 041.0 \pm 15.0$

teoría:  $E (1s2s^2S_1) = 1 152 842 737.8 \pm 25.2$

$E (1s2s^1S_0) = 960 332 039.9 \pm 25.0$ .

El fantástico grado de precisión a que hemos llegado en los *desdoblamientos* de niveles es más evidente si consideramos que los números que estamos citando son *correcciones* a los niveles energéticos, los que, al orden más bajo vienen dados por la ecuación de Schrödinger. Es decir, los números de las ecuaciones de más arriba deben ser comparados con el *Rydberg*, energía del estado fundamental de átomos hidrogenoides, de valor

$$1 \text{ Ry} = 38423.289 \times 10^9 \text{ MHz}$$

tanto para los momentos magnéticos como para estados ligados, la precisión es, pues, del orden de una parte en  $10^9$  o incluso  $10^{12}$  (!).

**CUANDO LAS CORRECCIONES CUÁNTICAS  
HACEN A LAS CONSTANTES VARIABLES.  
LIBERTAD ASINTÓTICA Y CONFINAMIENTO  
EN LAS INTERACCIONES FUERTES.  
LA PREDICCIÓN DE LA MASA DEL QUARK  $t$   
EN INTERACCIONES DÉBILES**

En la mecánica newtoniana, prerrelativista y precuántica, la interacción entre dos cuerpos se entendía como una «acción a distancia»; un concepto este que repugnaba al propio Newton, que los soslayaba con el *caveat* de «las cosas ocurren si...», y que Descartes intentó obviar inventando una teoría alternativa de vórtices. En mecánica cuántica relativista, la acción a distancia desaparece. Así, la interacción entre dos partículas que se aproximan (representadas por las líneas continuas de la figura 2) se consideran debidas al intercambio de una partícula virtual, que constituye el *quantum* de la correspondiente interacción, y que hemos representado por una línea ondulada en la figura. Así, si la interacción es electromagnética, la línea ondulada representará un fotón; si la fuerte, un gluón, y si la débil, una partícula  $W$  o  $Z$ .

Feynman ha mostrado cómo a cada uno de los diagramas, como el de las figuras 2, 3 u otros similares, se le pueden asociar unas ciertas reglas que permiten calcular los procesos correspondientes. Con ellas no es difícil ver que, para la interacción electromagnética, se obtiene un potencial de tipo coulombiano; para, por ejemplo, electrón y protón, hallamos el potencial

$$-\hbar c \frac{\alpha(0)}{r}$$

y hemos denotado por  $\alpha(0)$  a la constante de estructura fina, medida a grandes distancias

$$\alpha(0) \approx 1/137.035989.$$

Sin embargo, la figura 2 no proporciona la interacción exacta. A distancias del orden de la longitud de onda de Compton del electrón  $\lambda_e = \hbar/m_e c \approx 3.8 \times 10^{-16}$  cm, las

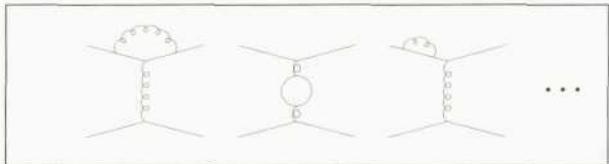


Fig. 4.— Algunas correcciones radiativas a la dispersión de dos partículas.

correcciones radiativas comienzan a ser importantes y tenemos que añadir procesos en los que se crean y aniquilan virtualmente fotones y pares electrón-positrón, algunos de los cuales están representados en la figura 4. Estos nuevos términos alteran el valor de la intensidad de la interacción; y debemos, pues, admitir que el valor de  $\alpha$  depende de la distancia ( $o$ , debido al principio de incertidumbre, de la energía) a la que es medida. Debemos, pues, escribir  $\alpha(E)$ ; el valor dado hasta ahora es el de la constante a grandes distancias, o pequeñas energías:

$$\alpha \equiv \alpha(0) = \alpha(E = 0).$$

El valor de  $\alpha(E)$  para grandes energías puede calcularse evaluando diagramas como los de la figura 4. A distancias del orden del radio de Bohr, esta variación de  $\alpha$  proporciona parte del efecto Lamb, al que ya nos hemos referido. A las energías del acelerador LEP, sobre la masa de la partícula  $Z$ , tanto las medidas experimentales como los cálculos teóricos indican que

$$\alpha(E = M_Z c^2 \approx 91.2 \text{ GeV}) = 1/(128.88 \pm 0.09).$$

Aunque espectaculares, estos fenómenos no son, en mi opinión, tan extraordinarios como los que ocurren en el caso de las interacciones fuertes. El hecho de que, en este caso, las partículas que transportan las fuerzas (los gluones) tengan autointeracciones, producen dos efectos notables y completamente nuevos, la llamada *libertad asintótica* y el *confinamiento* de los quarks, que comentaremos brevemente.

Las interacciones fuertes fueron descubiertas por Ernest Rutherford, alrededor de 1910, al realizar una exploración de la estructura del átomo. En estos experimentos, y otros posteriores, se identificó el núcleo atómico, formado por protones y neutrones que interaccionaban muy fuertemente<sup>1</sup> entre sí. Posteriormente se comprobó que protones y neutrones no son elementales, sino que están hechos de partículas llamadas *quarks*, éstas sí elementales (Gell-Mann, a partir de 1964). Finalmente se propuso una teoría de estas interacciones similar a la de la electrodinámica cuántica, pero donde el papel de los electrones es desempeñado por los quarks, y el de los fotones, por los *gluones* que, sin embargo, y a diferencia de los fotones, tienen autointeracciones.

Si definimos para las interacciones fuertes lo análogo de la constante de estructura fina,  $\alpha_s(E)$  (*s* por *strong*), el

<sup>1</sup> Se llaman *hadrones* (del griego 'hadros', fuerte) a neutrones, protones...; y también se llaman *interacciones hadrónicas* a las interacciones fuertes.

cálculo de diagramas como el de la figura 2 indica que, a muy cortas distancias, la interacción (por ejemplo, entre un quark y un antiquark pesados) es parecida a la coulombiana, con un potencial

$$-\frac{4}{3} \hbar c \frac{\alpha_s(E)}{r};$$

pero la dependencia en  $E$  es opuesta a la de las interacciones electromagnéticas. Debido a que ahora los gluones (a diferencia de los fotones) tienen autointeracciones, se obtiene una dependencia en la energía que, en primera aproximación, es:

$$\alpha_s(E) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_q) \log(E^2/\Lambda^2)},$$

donde  $\Lambda$  es una constante, del orden de 200 MeV, y  $n_q$  es el número de quarks.

Esta última fórmula es notable. Implica que, a grandes energías (pequeñas distancias) los quarks se comportan como si fueran libres (propiedad conocida como *libertad asintótica*, y descubierta en 1973 por D. Gross y F. Wilczek e, independientemente, por H. D. Politzer); mientras que, cuando  $E$  se aproxima a  $\Lambda$  («grandes» distancias<sup>2</sup>) la fuerza de la interacción crece indefinidamente, de manera que los quarks y los gluones están confinados en una región con radio  $R$

$$R \sim \hbar c / \Lambda \sim 10^{-13} \text{ cm.}$$

Estas propiedades fueron establecidas teóricamente entre 1973 y 1975; posteriormente, la correspondiente teoría de las interacciones fuertes ha continuado desarrollándose, tanto en la vertiente teórica como en la de comparación con datos experimentales. Con respecto a esto último, terminaremos este capítulo mencionando un ejemplo particularmente significativo.

La cantidad  $\alpha_s(E)$  puede medirse en las desintegraciones hadrónicas de la partícula  $\tau$  (partícula encontrada en 1975-1976 por M. Perl), obteniéndose el valor

$$\alpha_s^{\text{exp.}}(E = m_\tau c^2 = 1.78 \text{ GeV}) = 0.330 \pm 0.030,$$

o en desintegraciones hadrónicas de la partícula  $Z$ , y entonces:

$$\alpha_s^{\text{exp.}}(E = M_Z c^2 = 91.2 \text{ GeV}) = 0.119 \pm 0.030.$$

Pero, por otra parte, podríamos haber *deducido* el valor de, por ejemplo,  $\alpha_s(E = m_\tau c^2 = 1.78 \text{ GeV})$  a partir del valor experimental a 91.2 GeV, utilizando la fórmula de antes para  $\alpha_s(E)$ . Si hacemos esto, e incluimos correcciones radiativas de orden superior (de las que en la actualidad se conocen hasta cuarto orden) obtenemos el resultado

$$\alpha_s^{\text{teoría}}(E = m_\tau c^2 = 1.78 \text{ GeV}) = 0.320 \pm 0.050;$$

el acuerdo entre esto y el valor experimental, después de una extrapolación de casi 90 GeV es impresionante, y constituye una demostración palpable de la validez y capacidad predictiva de las ideas cuántico-relativistas aplicadas a las interacciones fuertes.

Pero tal vez la demostración más impactante de la precisión de los cálculos de correcciones radiativas (en las que se involucran simultáneamente relatividad y mecánica cuántica) aparezca en las interacciones débiles; concretamente, en el descubrimiento del quark  $t$ . Aunque no podemos dar aquí una descripción detallada de la teoría de interacciones débiles, sí podemos mencionar que ésta predecía con gran precisión las masas de las partículas que la intermedian, conocidas como partículas  $W$  y  $Z$ . Entre los valores de las masas de las partículas  $W$  y  $Z$  predichas por la teoría y las encontradas experimentalmente, primero indirecta y luego directamente, había una pequeña discrepancia que, al mejorar los datos experimentales, resultaba más y más significativa. La única manera de entender esta discrepancia era suponer la existencia de un nuevo tipo de quark muy pesado. Las estimaciones de su masa eran de unas 180 veces la del protón. Y, efectivamente, este quark fue encontrado en 1996 en el laboratorio de Fermilab, cerca de Chicago (en un experimento en el que participaron tres físicos españoles, José Benlloch, Teresa Rodrigo y Jorge Fernández de Trocóniz) con la masa y las propiedades predichas por la teoría.

Probablemente sean estos resultados, las predicciones de las propiedades y masas de las partículas  $W$  y  $Z$ , y las del quark  $t$ , por consideraciones de consistencia basadas en medidas a energías muy inferiores a las necesarias para producirlas, las más impresionantes verificaciones de las teorías de interacciones que combinan relatividad y mecánica cuántica. Lo que hace más frustrante la situación de las interacciones gravitatorias, que pasamos a discutir.

## LA INTERACCIÓN GRAVITATORIA

Diez años después de la formulación de la teoría de la relatividad, Hilbert y Einstein escribieron el lagrangiano clásico (utilizamos aquí el adjetivo «clásico» en el sentido de no-cuántico) de la interacción gravitatoria:

$$\mathcal{L} = \sqrt{-\det g_{\mu\nu}} \left( \frac{1}{16\pi k} R + \frac{1}{2} T^{\mu\nu} g_{\mu\nu} \right)$$

(de hecho,  $\mathcal{L}$  es la densidad lagrangiana, aunque la llamamos lagrangiano por brevedad). Aquí,  $g_{\mu\nu}$  es el tensor métrico espaciotemporal, identificado con el campo gravitatorio,  $T^{\mu\nu}$  es el tensor energía-impulso de la materia (incluido el campo electromagnético y otros campos no gravitatorios) y  $R$  es la curvatura de Riemann, que puede expresarse en términos de  $g_{\mu\nu}$  y de sus derivadas primeras.

<sup>2</sup> Grandes en comparación con las distancias a las que es válida la interacción de tipo coulombiano.

Finalmente,  $k = 6.67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ gr}^{-1} \text{ s}^{-2}$  está relacionado con la constante de gravitación universal.

De hecho, el lagrangiano de Einstein-Hilbert es el más general posible, si suponemos que el campo gravitatorio es único. Pero si aceptamos la existencia de otros campos acompañando al gravitatorio ordinario (como ocurre, por ejemplo, en las teorías de cuerdas, de las que diremos algo después), entonces podemos añadir términos extra a  $\mathcal{L}$ , que modificarán las predicciones de la teoría de Einstein de la gravedad. Sin embargo, estas modificaciones son difícilmente observables. Por ejemplo, si consideramos el efecto más ajustado que se sigue de  $\mathcal{L}$ , la precesión del periastro de un cuerpo sujeto a la interacción gravitatoria, sabemos que  $\mathcal{L}$  implica un desplazamiento, a primer orden en la constante  $k$ , de

$$\delta\phi = \frac{3\pi r_{\text{Schwar.}}}{a(1-\epsilon^2)}.$$

Aquí  $r_{\text{Schwar.}} = 2Mk/c^2$  es el llamado *radio de Schwarzschild* del objeto, de masa  $M$ , que crea el campo gravitatorio;  $a$  es el semieje mayor, y  $\epsilon$  la excentricidad de la órbita del cuerpo que estudiamos. En el caso del planeta Mercurio,  $M = M_{\odot} \approx 2.2 \times 10^{33} \text{ g}$ , la masa del Sol; por lo tanto,  $r_{\text{Schwar.}} = r_{\odot} \approx 3.3 \times 10^5 \text{ cm} = 3.3 \text{ Km}$ . Como  $a \approx 5.8 \times 10^{12} \text{ cm}$  (el radio medio de la órbita de Mercurio) se encuentra  $\delta\phi = 5.1 \times 10^{-7}$ , en radianes por revolución. Haciendo el cálculo con mayor precisión, y comparando con el resultado observacional, tenemos:

$$\delta\phi = \begin{cases} 43.03'' \text{ (teoría)} \\ 42.11'' \pm 0.45'' \text{ (observado)} \end{cases}$$

en segundos de arco por siglo.

El acuerdo es indudablemente espectacular, pero nos dice poco sobre posibles correcciones. Los términos que se podrían añadir al lagrangiano de Hilbert-Einstein involucrarían derivadas superiores de  $g_{\mu\nu}$  y, por tanto, constantes de acoplamiento que esperaríamos fuesen del orden de  $k^2$ ,  $k^3$ , etc., cuya influencia, a distancias grandes comparadas con el radio de Schwarzschild, son despreciables. Por ejemplo, la corrección de segundo orden (en la propia teoría de Einstein) a  $\delta\phi$  es de menos de una milésima de segundo de arco por siglo, más de cien veces menor que el error experimental dado anteriormente. Para detectar posibles términos suplementarios al lagrangiano de Einstein-Hilbert necesitaríamos hacer observaciones a distancias comparables con el radio de Schwarzschild del objeto cuya influencia gravitatoria estamos estudiando.

Con respecto a lo que ocurre si intentamos cuantizar la teoría gravitatoria, la situación es aún más oscura. Las observaciones clásicas todavía nos permiten verificar la aproximación de primer orden deducida del lagrangiano de Hilbert-Einstein. Pero los efectos cuánticos, incluso de la teoría a primer orden, son completamente inobservables, y probablemente lo seguirán siendo durante muchos años. A las energías actualmente alcanzables son de menos de una parte en  $10^{15}$ . Podemos decidir no hacer caso de la falta de información experimental, e intentar cuantizar directamente el lagrangiano de Einstein-Hilbert, reinterprestando las variables como operadores; así, reemplazamos  $g_{\mu\nu} \rightarrow \hat{g}_{\mu\nu}$  que representaría un operador describiendo creación y aniquilación de *gravitones*, los hipotéticos *quanta* del campo gravitatorio. Si hacemos esto nos encontramos con una teoría no-renormalizable: al hacer cálculos de orden superior al primero, encontramos infinitos, los que no podemos reabsorber en la definición de los parámetros de la teoría. Por todos estos motivos, muchos físicos piensan que el lagrangiano de Hilbert-Einstein,  $\mathcal{L}$  representa sólo una teoría efectiva, a ser utilizada únicamente a primer orden. Las claves de una teoría más fundamental serán difíciles de encontrar mientras no tengamos resultados experimentales sensibles a órdenes superiores (y a efectos cuánticos, lo que es de momento inimaginable).

Sin embargo, existen unas teorías en las que, basándose en argumentos de simetría y elegancia (pero recordemos la frase de Schrödinger: la elegancia es buena para los sastres) se formula un modelo que contiene gravitación, relatividad y mecánica cuántica, a saber, las teorías de cuerdas. Éstas son las únicas teorías que parecen ofrecer alguna esperanza a parte de la comunidad de físicos de altas energías<sup>3</sup> de incorporar la gravitación en pie de igualdad con las otras interacciones.

El problema con las teorías de cuerdas es que sus predicciones son inobservables o inobservadas. En efecto, una buena parte de las hipótesis de las teorías de cuerdas son imposibles de verificar experimentalmente; y, las que lo podrían ser, son inobservadas. Exigen estas teorías una pléthora de dimensiones extra, tan extraordinariamente pequeñas que son inobservables; y otra pléthora de partículas distintas de las conocidas (llamadas, por motivos técnicos, *compañeros supersimétricos*), inobservadas. Por supuesto, no podemos demostrar que las teorías de cuerdas son falsas; y tal vez en el acelerador LHC, que producirá resultados a partir del año 2007, se encuentre algún «compañero supersimétrico». Mientras tanto deberán permanecer estas teorías en el dominio de la especulación.

<sup>3</sup> Pero no a todos. Por poner ejemplos ilustres, Veltman, Feynman o Glashow (el tercero, por ejemplo, en un artículo vitriólico con Paul Ginsparg, «Desperately seeking superstrings?», publicado en *Physics Today*, mayo de 1986) han mostrado su total desconfianza hacia tales teorías; mientras que Gell-Mann o Witten piensan que son perfectamente viables. La opinión personal del que esto escribe se inclina bastante en la dirección pesimista: me resultaría sorprendente que las teorías de cuerdas, al menos en su forma actual, proporcionaran una descripción de la realidad física.