

## CLAROSCUROS DE LA LUZ

ALBERTO GALINDO TIXAIRE \*

\* Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Departamento de Física Teórica. Facultad de Ciencias Físicas. Universidad Complutense. 28040 MADRID. agt@fis.ucm.es.

### I. INTRODUCCIÓN

De todos los agentes físicos, es sin duda la luz el que más ha contribuido a enseñarnos el gran universo y a desvelarnos los misterios de las pequeñas cosas. Pero pocas veces nos detenemos a reflexionar sobre qué es la luz.

Para los egipcios la luz era la actividad de la visión del dios Ra. Los pensadores griegos (Platón, Euclides) hablaban de la luz como de efluvios o rayos táctiles que emanaban de los ojos hasta llegar y tocar a los objetos. El eminente físico persa ibn al-Haytam (siglos X-XI), inventor de la cámara oscura, se alzó contra esta idea en su magna obra *Kitab al-Manazir*, defendiendo con argumentos claros que la luz era algo que, originado en el Sol, chocaba con los objetos y venía luego a nosotros.

Gassendi y Newton defendieron una imagen corpuscular de la luz. A la vez, Huygens y Euler sostuvieron que la luz era un fenómeno ondulatorio, algo que los experimentos de interferencia de Young en 1801 (luz más luz puede producir oscuridad) apoyarían con claridad. Remataría Maxwell en 1864 la comprensión clásica de la luz al proponerla como perturbación electromagnética, sometida a las leyes del electromagnetismo que él mismo completaría; en 1888 Heinrich Hertz produciría artificialmente y detectaría las ondas electromagnéticas predichas por el “maestro” Maxwell. A este vaivén conceptual entre partículas y ondas se unió Einstein al empezar el siglo XX

y defender, como una hipótesis revolucionaria, la naturaleza corpuscular de la energía luminosa para explicar de ese modo el efecto fotoeléctrico. El advenimiento de la física cuántica abrió los brazos a una interpretación dualista de la luz y de la materia, en la que conviven en complementariedad las imágenes ondulatoria y corpuscular.

Pero aún debía pasar medio siglo más para probar, sin lugar a duda, la naturaleza cuántica e indivisible del *Lichtquantum* de Einstein (hoy conocido como fotón): 1/ El vacío de luz es un estado dinámico que influye en los niveles atómicos (efecto Lamb). 2/ Un solo fotón de luz puede interferir consigo mismo, pero en su detección se muestra siempre como una partícula. Aunque es una partícula un tanto especial, pues no es excluyente como las partículas materiales (podemos amontonar en el mismo estado tantos fotones como queramos) ni se puede localizar como aquellas. Einstein, al final de su vida, seguía sin entender, a diferencia, decía él, de cualquier sabihondo, qué es la luz.

Por si esto fuera poco, la luz, mensajero prototipo de pies alados, puede avanzar también como un caracol, e incluso detenerse, o puede tener velocidades negativas (con vector de onda opuesto al de su flujo de energía) en los llamados metamateriales o materiales zurdos, con los que las lentes convexas pasan a cóncavas y viceversa, y con los que en principio pueden conseguirse lentes perfectas que desafían el límite de difracción.

---

\* Este texto fue esencialmente escrito en el primer semestre de 2007.

Si la luz fue el primer objeto de atención por los filósofos griegos, hoy día la óptica cuántica está en el centro mismo de la física. De entre los diez experimentos más hermosos de la física de todos los tiempos, en los lugares 4 y 5 se sitúan dos de óptica (la descomposición de la luz blanca en los colores del espectro, y el experimento de Young de la doble rendija), ocupando el primer lugar el experimento de la doble rendija con electrones popularizado por Feynman.

De tan fascinante historia de la luz clásica y de la luz cuántica tratará esta conferencia.

## II. LA LUZ DESDE LA ANTIGÜEDAD HASTA NEWTON

Se sabe que dos mil años a.C. las mujeres egipcias usaban espejos metálicos para verse. En las ruinas de Nínive (arrasada por los babilonios y medos a principios del siglo VII a.C.) se halló un cristal de roca con aspecto de lente convergente. Confucio (551-479 a.C.) habla en sus escritos de lentes que favorecen la visión. El dramaturgo griego Aristófanes, en su obra *Las nubes* (423 a.C.), una sátira contra los sofistas, se refiere a unas piedras transparentes que se usan para encender fuego y fundir la cera mediante los rayos del Sol (esto es, unas lentes convergentes), a las que en la comedia llama Aristófanes simplemente *crisales*.<sup>1</sup>

Para los pitagóricos, los cuerpos luminosos emiten unas imágenes que llegan a nuestros ojos. Sin embargo, para Platón, Empédocles, Euclides y Ptolomeo,

son nuestros ojos los que emiten unos rayos que se acercan a los objetos y al tocarlos producen la visión;<sup>2</sup> esta idea perduraría hasta comienzos de la Alta Edad Media. Euclides, en su *CATÓPTICA* (280 a.C.), afirma que la luz en medios homogéneos se propaga en línea recta, y establece la ley de la reflexión. También en esta obra se refiere a la refracción con el siguiente experimento: “Si se coloca algún objeto en el fondo de un recipiente y se aleja éste último de la vista del observador a una distancia a la que el objeto no se vea, al llenar el recipiente de agua a esa misma distancia comenzará a verse de nuevo dicho objeto”. Tres siglos más tarde Herón de Alejandría probaría que en la reflexión el camino seguido por la luz minimiza el tiempo del recorrido entre la fuente, el espejo y el ojo, resultado importante que en sendas cartas en 1657 y 1662 Pierre de Fermat (1601-1665) elevaría a principio general (válido también para la refracción): *El camino real entre dos puntos que sigue un rayo de luz es el que recorre en menos tiempo*.<sup>3</sup>

De la refracción se ocupa Ptolomeo en el Libro V de su *CATÓPTICA* (siglo II d.C.), afirmando, a partir de sus ensayos experimentales, que los ángulos de incidencia y refracción son proporcionales entre sí (lo que, como es ya bien sabido desde Snell-Descartes,<sup>4</sup> sólo es cierto si ambos son pequeños).

### A. El arco iris

Uno de los espectáculos naturales más fascinantes es la contemplación de un arco iris. Este fenómeno óptico está originado por la refracción de la luz solar en las gotas de agua suspendidas en la atmósfera. Una

<sup>1</sup> Estrepsíades: *¿Tú, desde luego, has visto en las droguerías la piedra esa que es muy bonita y transparente, con la que se enciende el fuego?* Sócrates. *¿Te refieres al cristal?* Estrepsíades. *Exactamente. A ver, ¿qué tal si yo cogiera una y cuando el secretario hiciera inscribir mi sentencia en la tablilla, yo, poniéndome un poco lejos, así, por el lado que diera el sol, hiciera que se fundieran las palabras de mi sentencia?*

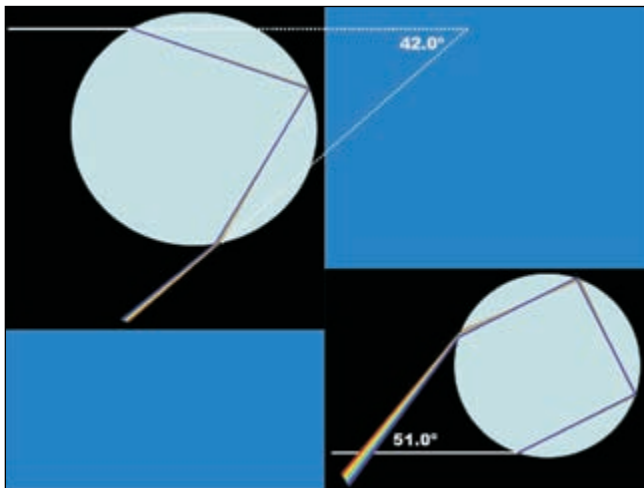
<sup>2</sup> A Euclides le preocupaba, sin embargo, que al salir por la noche enseguida vemos las estrellas, como si nuestros rayos alcanzaran las estrellas sin dilación alguna.

<sup>3</sup> No es siempre cierto que el tiempo sea mínimo. Lo correcto es afirmar que para la trayectoria seguida el camino óptico es extremal. Supongamos que dos medios, separados por una superficie plana, tienen índices de refracción positivos; entonces el camino óptico seguido por la luz para ir de un punto *A* de un medio a un punto *B* del otro medio, es mínimo, así como el tiempo empleado; pero si ambos índices son negativos, el camino óptico seguido es máximo, y el tiempo empleado sigue siendo mínimo; finalmente, si ambos índices son de signos opuestos, el camino óptico es mínimo (si se pasa de positivo a negativo) o máximo (si se pasa de negativo a positivo) pero el tiempo no es ni siquiera estacionario.

<sup>4</sup> La ley de la refracción fue descubierta y publicada por Ibn Sahl a finales del siglo X (c. 984); sería redescubierta seis siglos después por Thomas Harriot (julio 1601), y por Willebrord Snell van Royen (1621), quienes no publicaron sus hallazgos. Independientemente, Descartes la volvió a hallar y la publicó, en la forma usual con los senos de los ángulos, en su *DIOPTRIQUE* (apéndice del *DISCOURS DE LA MÉTHODE*, 1637).



**Figura 1.** Un arco iris doble (Big Sky, Montana, 29 mayo 2005).



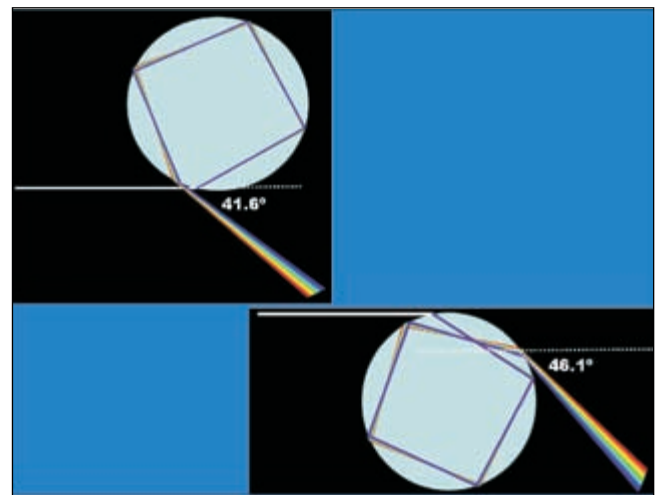
**Figura 2.** Gotas de agua en cuyo interior el rayo de luz sufre 1 o 2 reflexiones, respectivamente.

primera explicación cualitativa hubo de esperar a principios del XIV (Teodorico de Friburgo, 1307, en su *DE IRIDE ET RADIALIBUS IMPRESSIONIBUS*); Descartes calculó los ángulos en 1637, y finalmente Newton argumentó la descomposición espectral observada. Años después, Young primero, y luego Airy (1820), dieron cuenta de los arcos supernumerarios (consecuencia de la naturaleza ondulatoria de la luz), y en 1908 Mie ofreció una teoría general.

Si uno ya goza viendo un arco iris, la visión de un doble arco es inolvidable (Fig. 1). El primer arco se origina por refracción incidente, reflexión interna y refracción saliente de cada rayo de luz en alguna gota de lluvia o de humedad. El segundo arco requiere dos reflexiones interna, en lugar de una sola.<sup>5</sup>

El primer arco, cuando la incidencia de la luz solar es horizontal, subtiende un ángulo de 42.014° para el color amarillo (línea media D del Na, de 589.29 nm, con  $n=1.33344$  a  $T=5^\circ$ ), extendiéndose entre los 40.57° del violeta (404.66 nm,  $n=1.34355$  a  $T=5^\circ$ ) y los 42.40° del rojo (706.52 nm,  $n=1.33080$  a  $T=5^\circ$ ), mientras que para el segundo arco los ángulos para el amarillo central, rojo y violeta son, respectivamente, de 51.01° (amarillo), 53.62° (violeta) y 50.31° (rojo). En las Figuras 2 y 3 se representan las reflexiones de los rayos de luz que generan los arcos primero y segundo, y tercero y cuarto, respectivamente

Entre el arco primario y el secundario hay una zona oscura, conocida como banda de Alejandro de Afrodiasias (siglo II). La gotas de agua en esa zona desvían la luz en direcciones que no llegan al observador, lo que explica su oscuridad.

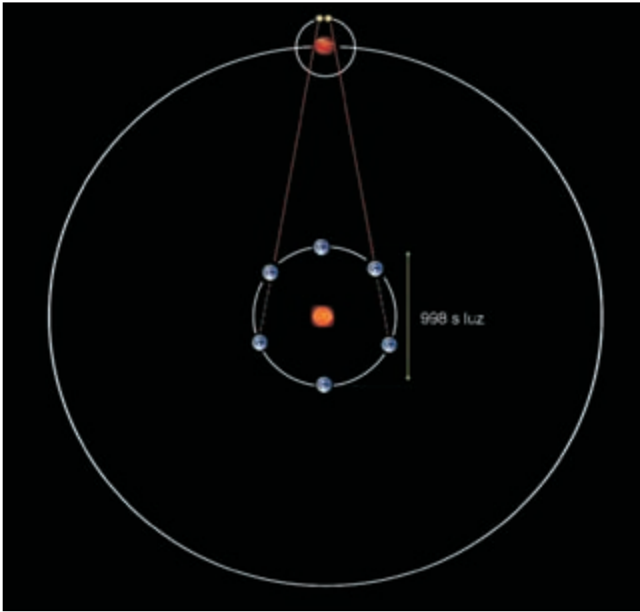


**Figura 3.** Gotas de agua en cuyo interior el rayo de luz sufre 3 o 4 reflexiones, respectivamente.

<sup>5</sup> En general, es fácil ver que la dirección del rayo emergente, tras sufrir el rayo en el interior de la gota  $k$  reflexiones internas, ha girado respecto de la dirección incidente un ángulo

$$\theta_i = 2\alpha - 2(k+1)\arcsen\frac{\text{sen}\alpha}{n} + k\pi,$$

donde  $\alpha$  es el ángulo de incidencia (relativo a la normal), y  $n$  el índice de refracción.



**Figura 4.** Ocultaciones de Io por Júpiter.

Los arcos de orden superior, como el tercero y cuarto, con tres y cuatro reflexiones interiores respectivamente, han de verse mirando hacia la dirección en la que se encuentra el Sol, siendo por ello mucho más difícil apreciarlos.

## B. Huygens versus Newton

¿Qué es la luz? Para Huygens, la luz era un movimiento ondulatorio en el éter (un medio que permea todo, consistente en pequeñas partículas que al recibir una onda luminosa actúan de focos que emiten ondas secundarias cuya envolvente da forma al frente de la onda observada). Con estas ideas, que desarrolló en su famoso *TRAITÉ DE LA LUMIÈRE* (1690), explicó las leyes de la reflexión y de la refracción. Para la refracción, supuso, como es natural, que las ondas se propagan más lentamente en los medios densos. Por contra, Newton en 1704 (*OPTICKS*), apoyándose en el carácter rectilíneo de los rayos de luz, mantenía que la luz consta de corpúsculos. También daba cuenta de los fenómenos de reflexión y refracción, aunque para esta última tenía que suponer, contra toda intuición, que la

luz se mueve más deprisa en medios densos, como el agua, que en el vacío o en el aire. Argumentaba Newton que al acercarse a un medio material desde otro medio más tenue, las partículas de luz se sienten atraídas por aquél, lo que aumenta su velocidad normal a la superficie de separación de ambos medios, y el rayo de luz refractado se acerca a la normal. Hasta la segunda mitad del XIX no se dilucidaría esta cuestión de si la luz se mueve menos o más deprisa en los medios densos; medidas de la velocidad de la luz en agua, realizadas por Foucault en 1850, probaron sin lugar a dudas que esa velocidad es menor que en el aire, con lo que la concepción newtoniana de la luz desapareció de escena.

## III. LA VELOCIDAD DE LA LUZ

### A. Medidas astronómicas de $c$

La primera evidencia de finitud de la velocidad de la luz se tiene con Ole Christensen Römer (1644-1710), danés en el Observatorio de París. En Septiembre de 1676 anuncia a la Academia de Ciencias de París que el eclipse de la luna más interior de Júpiter, esperado para el 9 de Noviembre, se retrasará unos 10 minutos respecto de la hora esperada teniendo en cuenta los eclipses anteriores (Fig. 5). Atribuye el efecto al tiempo que tarda la luz en llegar desde allí hasta nosotros. Y efectivamente, la predicción resultó más o menos acertada, y el 21 de Noviembre presenta otra comunicación a la Academia en la que afirma que la luz tarda unos 22 minutos en recorrer el diámetro de la órbita terrestre (el valor correcto es unos 5.5 minutos menos). Estos valores no fueron confirmados por otros, y su interpretación del retraso no se aceptó generalmente en Francia, aunque sí en Inglaterra (a excepción de Robert Hooke). Esto no significa que aceptaran su valor de  $c$ ; por ejemplo, Newton en su *OPTICKS* (1704) dice que la luz tarda entre 7 y 8 minutos en llegarnos del Sol (no se sabe si este número fue obtenido por el propio Newton, o se debe a Halley o a Flamsteed).

Hubo que esperar a que James Bradley en 1728 midiera esa velocidad a través de la aberración estelar<sup>6</sup>

<sup>6</sup> Bradley, J., *A letter from the Reverend Mr. James Bradley, Savilian Professor of Astronomy at Oxford, and F.R.S. to Dr. Edmond Halley, Astronom. Reg. etc., giving an Account of a new discovered Motion of the Fix'd Stars*, Philosophical Transactions **35**, No. 406, pp. 637-661, Dec. 1728.

para que la tesis de Römer fuera universalmente aceptada. A partir de sus observaciones primeras durante los años 1726 y 1727,<sup>7</sup> Bradley obtuvo un tiempo de 8 minutos 12 segundos para el viaje de la luz solar hasta nosotros, más cercano al valor de Newton que el de Römer.<sup>8</sup> Con la distancia Sol-Tierra hoy conocida, ese tiempo dado por Bradley lleva a  $c \approx 304,000 \pm 1,500$  km/s. Un tratamiento adecuado de todos los datos de aberración obtenidos por Bradley desde 1726 a 1754 conduce a un valor  $\theta = 20.''437$  para la constante de aberración  $\theta = \arcsen(v/c)$  (frente al valor correcto  $\theta = 20.''4927$ ), y por tanto a un valor  $c = 300,650$  km/s (Fig. 5).<sup>9</sup>

Se ha señalado, con razón, la falta de rigor que muestran los libros de texto al tratar el descubrimiento de Römer.<sup>10</sup> Se le atribuyen variados valores de  $c$ , obtenidos en fechas también divergentes, cuando se sabe que nunca dió ningún valor concreto para la velocidad de la luz. Huygens retomó las observaciones de Römer y estimó  $c$ , partiendo de los 22 minutos de tardanza de la luz en atravesar el diámetro de la órbita terrestre, de que este diámetro era de 22-24 mil diámetros de la Tierra, y de que cada diámetro de la Tierra equivalía a unas 2865 leguas, cada legua a unos 2282 toises, y cada toise a 1.949 m. Así obtuvo  $c \approx (2.12 - 2.32) \times 10^5$  km/s.

## B. Medidas terrestres de $c$

Galileo cuenta en sus DISCORSI (1638) cómo podría medirse  $c$  viendo el tiempo que se tarda en recibir respuesta luminosa instantánea a un destello de luz enviado a otra persona que se halle a unas millas de distancia. La Academia del Cimento de Florencia realizó esta propuesta algunos años más tarde (1667), entre dos colinas a aproximadamente una milla<sup>11</sup> de distancia mutua. Somos capaces de percibir lapsos de tiempo tan cortos como 1/10 s, aproximadamente una décima parte del intervalo entre latidos del pulso sucesivos. En

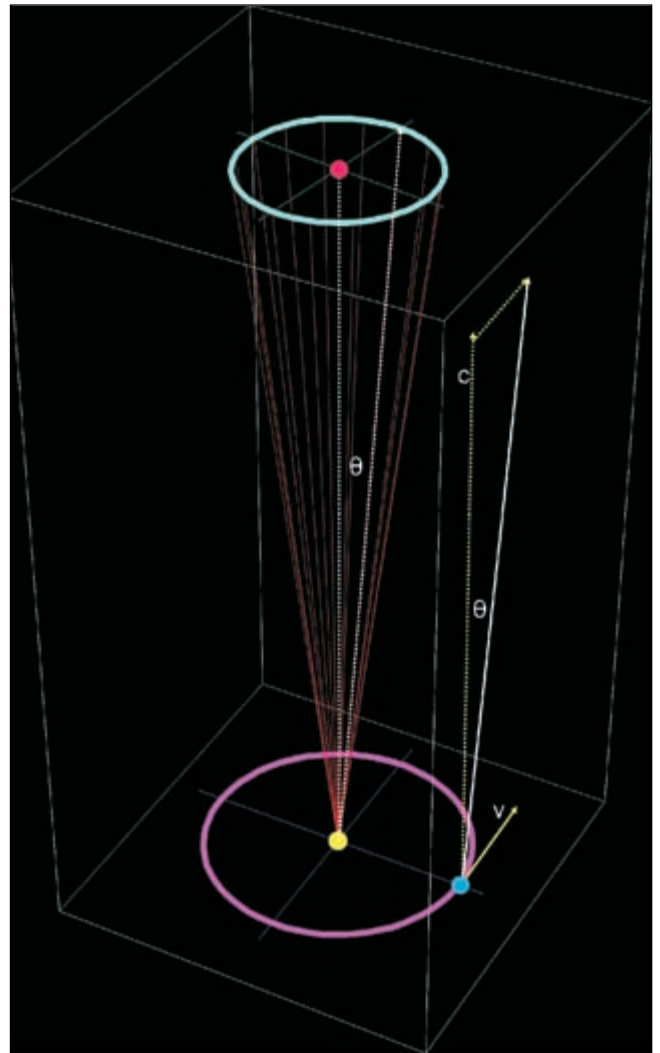


Figura 5. Ocultaciones de lo por Júpiter.

ese experimento no se pudo percibir ni un pequeño retraso entre el envío y la recepción de las señales. Por tanto, podríamos decir hoy que se estableció una cota inferior:  $c \gtrsim 2$  millas/0.1 s  $\approx 30$  km/s.

El experimento sugerido por Galileo inspiró el de Fizeau en 1849, mejorado por Cornu en 1874. Fizeau tuvo la brillante idea de usar una rueda dentada para multiplicar por un factor importante el efecto de la dis-

<sup>7</sup> Esas observaciones llevan a un valor para la constante media de aberración de  $\theta = 20.''2 \pm 0.''1$ .

<sup>8</sup> La distancia entre los centros del Sol y la Tierra es, en realidad, de 499.005 segundos de luz.

<sup>9</sup> Hemos dado la expresión relativista para  $\theta$ ; para la precisión de los datos de Bradley, no es distinguible de su valor galileano  $\theta = \arctg(v/c)$ .

<sup>10</sup> A. Wróblewski, *de Mora Luminis: A spectacle in two acts with a prologue and an epilogue*, American Journal of Physics **53**, 620-630 (1985).

<sup>11</sup> Tomo una milla romana, equivalente a unos 5000 pies, esto es, unos 1500 m. La milla internacional es distinta (1 milla = 1.609344 km).

tancia entre una fuente luminosa y un espejo reflector lejano y así poder medir un tiempo de retraso entre el envío de una señal y la percepción siguiente de otra. Sea  $D$  la distancia entre la fuente y el espejo reflector; sea  $\omega$  la frecuencia angular de giro de la rueda dentada, y sea  $N$  el número de dientes. Supongamos que la amplitud angular de los dientes y de los huecos entre dientes sucesivos sea la misma:  $\alpha = \pi/N$ . Entre ida y vuelta de la luz transcurre un tiempo  $\tau = 2D/c$ , durante el cual la rueda ha girado un ángulo  $\theta = \omega\tau$ . Si  $\theta < \alpha$ , la rueda bloqueará la luz de regreso, y no la veremos. La intensidad observada se hará máxima cuando  $\theta = 2k\alpha$ ,  $k=1, 2, \dots$ . Por tanto, aumentando gradualmente la velocidad de giro de la rueda, la primera vez ( $k=1$ ) que la luz reflejada pase entre dos dientes corresponderá a una cierta frecuencia  $\nu_1$  tal que  $c = 2N\nu_1 D$ . Datos del experimentos de Fizeau (1849):<sup>12</sup>  $D = 8633$  m (distancia entre las colinas Suresnes y Montmartre, cerca de Paris),  $N = 720$ ,  $\nu_1 = 25.2$  s<sup>-1</sup>. En consecuencia,  $c = 3.133 \times 10^5$  km/s.

Después de Fizeau, otros importantes físicos (Foucault, Michelson, Newcomb) contribuyeron al conocimiento de  $c$ , con experimentos similares al de Fizeau, pero con espejos giratorios en lugar de ruedas dentadas. Citaremos solo el último resultado de Michelson:<sup>13</sup>  $c = 299,774 \pm 10$  km/s, a comparar con el valor exacto definido como  $c = 299,792,458$  m/s.

### C. Medidas electromagnéticas de $c$

Anticipándose en esto al gran Maxwell, Weber y Kohlrausch en 1857 observaron que la razón de las unidades electrostáticas a las electromagnéticas, que dimensionalmente tiene dimensiones de velocidad,

arrojaba un valor sospechosamente parecido a la velocidad de la luz. De una botella de Leyden de capacidad conocida midieron con un electrómetro su potencial, y de aquí su carga en unidades electrostáticas; luego la descargaron a través de un galvanómetro balístico calibrado en unidades magnéticas.<sup>14</sup>

La teoría de Maxwell auspició la realización de medidas de  $c$  basadas en la naturaleza de la luz como una onda electromagnética. La primera la dio el propio Maxwell en su célebre TREATISE (1873):<sup>15</sup>

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 288000 \text{ km/s.}$$

Mejor es la dada por Rosa y Dorsey en 1907:<sup>16</sup>  $c = 299,788$  km/s.

Hasta ahora no nos ha preocupado si las medidas de  $c$  estaban hechas en vacío o en el aire. El índice de refracción del aire difiere muy poco de la unidad como para que este medio pudiera influir en la velocidad medida para la luz dentro de las precisiones de estos experimentos:  $n_{\text{aire STP}} = 1.0002926$ . Pero el avance de la metrología en la segunda mitad del pasado siglo hizo ya necesaria la corrección pertinente desde el medio al vacío. Basándose en la relación  $\lambda\nu = c$ , Essen, mediante una cavidad resonante, y Froome, con un interferómetro de microondas a 72 GHz, obtuvieron en 1950 y 1958, respectivamente, los valores  $c = 299,792 \pm 3$  km/s,  $c = 299,792.5 \pm 0.1$  km/s.<sup>17</sup>

La llegada de los láseres estabilizados en frecuencia a resonancias atómicas o moleculares, y de los relojes atómicos, permitieron la mejora definitiva. En 1972 Evenson y su grupo, con un láser heterodino, obtuvieron  $c = 299,792,457.4 \pm 1$  m/s a partir de la frecuencia y longitud de onda.<sup>18</sup> La precisión superaba la

<sup>12</sup> H. Fizeau, *Sur une expérience relative à la vitesse de propagation de la lumière*, Comptes Rendus **29**, 90-92, 132 (1849).

<sup>13</sup> Michelson, A.A., *Measurement Of The Velocity Of Light Between Mount Wilson And Mount San Antonio*, Astrophysical Journal **65**, 1-22 (1927).

<sup>14</sup> L. Brown en *Theory, Phenomenology, and "Who Ordered That?"*, PhysicsToday **54**, 13, 68-69 (2001).

<sup>15</sup> J. C. Maxwell: A TREATISE ON ELECTRICITY AND MAGNETISM, Clarendon Press, Oxford, 1873.

<sup>16</sup> E.B. Rosa, N.E. Dorsey, *A new determination of the ratio of the electromagnetic to the electrostatic unit of electricity*, Bull. Bur. Stand. **3**, 433-604 (1907); *A comparison of the various methods of determining the ratio of the electromagnetic to the electrostatic unit of electricity*, Bull. Bur. Stand. **3**, 605-622 (1907).

<sup>17</sup> L. Essen, *The Velocity of Propagation of Electromagnetic Waves Derived from the Resonant Frequencies of a Cylindrical Cavity Resonator*, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences, **204**, No. 1077, 260-277 (1950).

K.D. Froome, *A new determination of the free-space velocity of electromagnetic waves*, Proc. R. Soc. London, Ser. A 247, 109-122 (1958).

<sup>18</sup> K.M. Evenson, J.S. Wells, F.R. Petersen, B.L. Danielson, G. W. Day, R.L. Barger, J.L. Hall, *Speed of Light from Direct Frequency and Wavelength Measurements of the Methane-Stabilized Laser*, Phys. Rev. Lett. **29**, 1346-1349 (1972).

del metro entonces vigente. Esto llevó a la adopción, en 1983, durante la *17ème Conférence Générale des Poids et Mesures*, de un valor exacto para  $c$ , a saber,  $c = 299,792,458$  m/s, y a la definición del metro como la distancia recorrida por la luz, en vacío, durante la minúscula fracción de tiempo  $1/299,792,458$  s.

**D. Luz rápida, luz lenta, luz quieta**

Normalmente, en medios materiales, las ondas electromagnéticas (EM) van más lentas que en el vacío, con velocidad dada por  $v = c/n$ , donde  $n$  es su índice de refracción (que supondremos tácitamente real, de momento). Así para el aire (en condiciones normales)  $n \approx 1.0003$ , para el agua (a 20°C)  $n = 1.333$ , y para el diamante  $n = 2.419$ . Es frecuente leer en los libros que la luz viaja más despacio en los medios materiales porque sus fotones, que siempre vuelan a velocidad  $c$  entre los átomos, son primero absorbidos por los átomos y luego reemitidos, siendo este retraso el causante de la disminución de la velocidad de la luz en el medio. No es así. De hecho, el fenómeno es bastante más complejo. El índice de refracción aparece como resultado de la interferencia entre todas las ondas difundidas por los distintos átomos. En general depende de la frecuencia, y puede darse el caso de que  $v > c$  para ciertas frecuencias.<sup>19</sup>

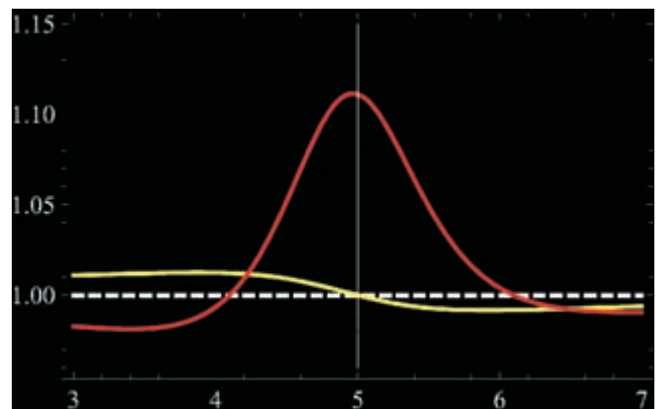
1. Velocidades de fase, de grupo, y de señal

La velocidad  $v_f(k) := \omega(k)/k$  con que se mueven los planos de fase constante de una onda monocromática plana  $A \cos(kx - \omega(k)t + \phi_0)$  se conoce como velocidad de fase. Para las ondas electromagnéticas, en particular, para la luz, se cumple en el vacío que  $\omega(k) = ck$ , y por tanto su velocidad de fase satisface

$v_f(k) = c$ . Pero en un medio material homogéneo e isotrópico de índice de refracción  $n(\omega)$ , la velocidad de fase es  $v_f(k) = c/n(\omega)$ ; en los medios ordinarios  $n(\omega) > 1$  para una amplia banda de frecuencias del espectro electromagnético, en particular las ópticas, y en ellos  $v_f(k) < c$ .

Un pulso de ondas de frecuencias próximas se mueve con la llamada velocidad de grupo  $v_g(k) := d\omega(k)/dk$ . Para las ondas electromagnéticas en vacío  $v_g(k) = v_f(k) = c$ . Generalmente la velocidad de grupo representa la velocidad con que se desplaza la energía del pulso de ondas, y en esos casos el principio de relatividad exige que  $v_g(k) \leq c$ ; pero hay casos en que la velocidad de grupo puede ser superlumínica (es decir, superior a  $c$ ), como vamos a comentar enseguida.

Finalmente, podemos hablar de una velocidad de señal, que es aquella con que avanza un frente ondulatorio (frontera del soporte matemático del paquete de



**Figura 6.** Parte real del índice de refracción (en amarillo) y velocidad de grupo (en unidades  $c=1$ ) para el caso  $\omega_0=5$ ,  $\gamma_0=2$ ,  $g=0.2$ .

<sup>19</sup> El análisis cuántico de la colisión fotón-átomo conduce a la siguiente expresión aproximada para el índice de refracción de un gas de moléculas diluido:

$$n(\omega) \approx 1 - 2\pi c^2 N r_0 \sum_j \frac{f_j}{\omega^2 - \omega_j^2 + i\gamma_j \omega}$$

donde  $N$  el número de moléculas por unidad de volumen, cada una con  $Z$  electrones, de los que una fracción  $f_j$  tienen una frecuencia de enlace  $\omega_j \geq 0$  y una constante de amortiguamiento  $\gamma_j > 0$ , y  $r_0 := e^2/m_e c^2 = 2.817940325(28)$  fm es el radio clásico del electrón. (Ver, por ejemplo, J. D. Jackson, CLASSICAL ELECTRODYNAMICS, Second Edition, Wiley, New York 1975.)

Las cantidades  $f_j$ , conocidas como intensidades de oscilador, satisfacen  $\sum_j f_j = Z$ .

Nótese que, de acuerdo con la expresión para  $n(\omega)$ , esta función es analítica en el semiplano superior  $\text{Im } \omega > 0$ , presentando polos en los puntos  $\omega_j - \frac{1}{2}i\gamma_j$ . Además satisface la relación de simetría  $n(-\omega) = n(\omega^*)$ .

ondas), y que es la velocidad que, según postula la relatividad especial, no puede nunca superar a la velocidad  $c$  en el vacío. En estos frentes electromagnéticos, como lugares de discontinuidad, intervienen frecuencias infinitamente altas, para las que el índice de refracción tiende a la unidad; por esta razón la velocidad de dichos frentes es siempre  $c$ .<sup>20</sup>

## 2. Velocidades de grupo superlumínicas, y velocidades de grupo muy lentas

Para simplificar la discusión, consideraremos ondas unidimensionales, y supondremos un medio material para el que sea una buena aproximación la siguiente expresión de  $n(\omega)$ :

$$n(\omega) = 1 - \frac{g}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\gamma_0\omega},$$

con  $g$ ,  $\omega_0$ ,  $\gamma_0$  constantes positivas.

La velocidad de grupo puede calcularse como

$$v_g(k) = d([c/n_r(\omega)]k)/d\omega = \frac{c}{n_r(\omega) + \omega dn_r(\omega)/d\omega},$$

donde  $n_r := \text{Re}n$ . Su forma puede verse en la Fig. 6. En la zona de dispersión anómala, aquella en que el índice de refracción disminuye al aumentar la frecuencia, la velocidad de grupo es mayor que  $c$ .

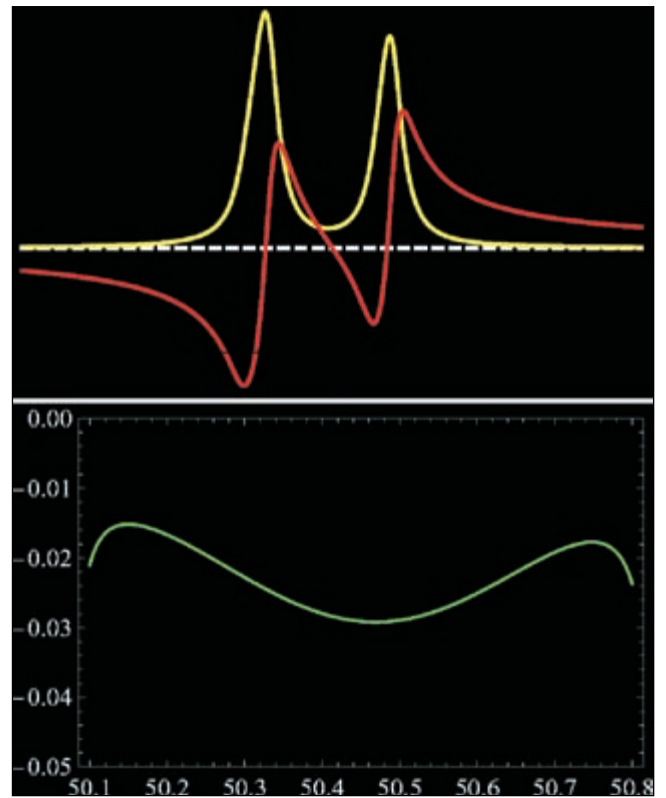
Velocidades de grupo superlumínicas ( $1.05$ - $1.07c$ ) con paquetes de microondas se han conseguido en el laboratorio.<sup>21</sup>

En un experimento espectacular en este campo, usando un medio óptico especial, con ganancia, se han observado velocidades superlumínicas tan grandes, que incluso se ha logrado que la velocidad de grupo se haga negativa ( $-c/(310 \pm 5)$ ), de modo que el máximo del pulso salga del medio “antes de haber entrado”.<sup>22</sup> El medio utilizado para este experimento está prepara-

do de modo que su susceptibilidad óptica  $\chi(\omega) := \epsilon(\omega) - 1$  viene dada por

$$\chi(\omega) = \frac{M_1}{\omega - \omega_1 + i\gamma} + \frac{M_2}{\omega - \omega_2 + i\gamma},$$

donde  $\omega_{1,2}$  son dos frecuencias resonantes próximas. Se obtienen curvas de la forma indicada en la Fig. 7, donde en amarillo se representa el factor de ganancia, y en rojo la parte real del índice de refracción. Es la pronunciada pendiente negativa de éste último, que ocurre entre los dos máximos de la ganancia, la responsable de producir velocidades de grupo negativas.



**Figura 7.** Parte real del índice de refracción (en rojo) y factor de ganancia (en amarillo) obtenidos a partir de  $\chi(\omega)$  para estos datos ilustrativos en unidades arbitrarias  $\omega_1=50$ ,  $\omega_2=51$ ,  $\gamma=0.1$ ,  $M_1=M_2=0.2$ . Abajo, la velocidad de grupo negativa en el intervalo de interés.

<sup>20</sup> A. Sommerfeld, *Physik. Z.* **8**, 841 (1907); *Ann. Physik.* **44**, 177 (1914). L. Brillouin, *Ann. Physik.* **44**, 203 (1914); *WAVE PROPAGATION AND GROUP VELOCITY*, Academic Press, New York 1966. R. Y. Chiao, P. W. Milonni, *Fast Light, Slow Light*, Optics and Photonic News, June 2002, pp. 26-30.

<sup>21</sup> Mugnai, D., Ranfagni, A. and Ruggeri, R.: *Observation of Superluminal Behaviors in Wave Propagation*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4830-4833 (2000).

<sup>22</sup> L. J. Wang, A. Kuzmich and A. Dogariu: *Gain-assisted superluminal light propagation*, *Nature* **406**, 277-279 (2000). Jon Marangos: *Faster than a speeding photon*, *Nature* **406**, 243-244 (2000).

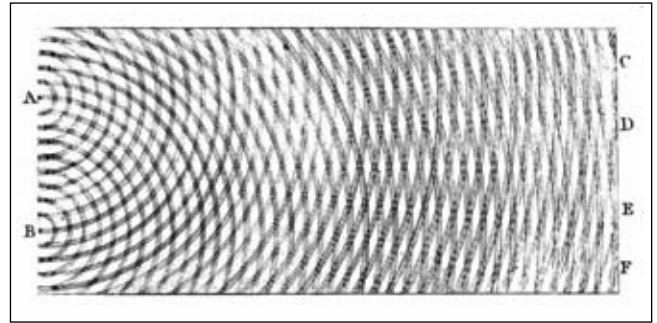
Pero debemos insistir que en ninguna de estas situaciones en que se consiguen velocidades de grupo superlumínicas se produce violación alguna de la causalidad einsteiniana, como puede argüirse con análisis detallados.<sup>23</sup>

Por otro lado, cuando la pendiente  $dn_r/d\omega$  es positiva y muy grande, la velocidad de grupo puede llegar a ser muy pequeña. En un gas ultrafrío de átomos de sodio, por debajo de la temperatura de transición a un condensado Bose-Einstein, se han conseguido velocidades para la luz de 17 m/s.<sup>24</sup> Mediante la técnica de transparencia electromagnética inducida, mucho más elemental y barata, se han alcanzado los 90 m/s para la velocidad de la luz en un gas de átomos de rubidio, caliente y ópticamente denso.<sup>25</sup>

Finalmente, se ha conseguido “detener” a la luz durante un cierto lapso de tiempo, en el que el estado de la luz queda memorizado en el medio absorbente, y luego se ha dejado que “reviva” y continúe su marcha inicial.<sup>26</sup> La transcendencia de estas técnicas para la transmisión, almacenamiento y recuperación de información puede ser muy importante.

#### IV. LAS ONDAS LUMINOSAS

En los albores del XIX el joven y brillante erudito inglés Thomas Young demuestra el carácter ondulatorio de la luz, produciendo interferencias de la misma en su famoso experimento de la doble rendija. Un fenómeno análogo y de todos familiar se observa cuando un tren de ondas en el agua llega a una frontera plana provista de dos ranuras; al otro lado se ve cómo las ondas que pasan por una ranura interfieren con las ondas que atraviesan la otra, dando lugar a puntos en que las ondas se realzan mutuamente (interferencia



**Figura 8.** Esquema de Young para la interferencia de ondas en el agua.

constructiva), y otros en que se anulan entre sí (interferencia destructiva). La Fig. 8, original de Young, lo muestra.

El experimento de la doble rendija con luz consiste en enviar sobre una estrecha rendija de una pantalla un haz de luz. Al otro lado de esa rendija hay otra pantalla con dos ranuras muy estrechas también y muy próximas entre sí. Estas reciben la luz que emerge de la rendija en la primera pantalla, luz que pasa al otro lado de la segunda pantalla para iluminar una tercera y última pantalla. En esta se observa, bajo condiciones experimentales adecuadas, la formación de franjas alternas claras y oscuras, indicación de que ha habido interferencias, en unos puntos constructiva, en otros destructiva. Ahora bien, si una de las rendijas de la segunda pantalla es móvil de modo que reacciona al paso de la luz que la atraviesa (esta luz se desvía, lo que implica una transferencia de momento entre la luz y la rendija), entonces las franjas desaparecen y solo queda una mancha continua de claridad en la tercera pantalla (Fig. 9).

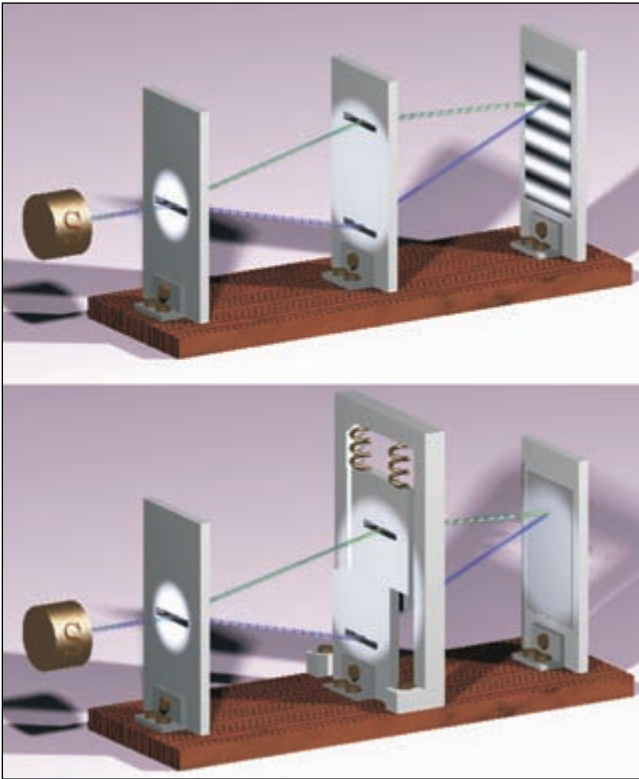
Si este experimento se realiza con luz tan tenue que solo hay a lo sumo un fotón de la fuente durante el tiempo que la luz tarda en llegar desde la primera a la

<sup>23</sup> G. Diener, *Superluminal group velocities and information transfer*, Phys. Lett. A **223**, 327-331 (1996); A. Kuzmich, A. Dogariu, L. J. Wang, P. W. Milonni, R. Y. Chiao, *Signal Velocity, Causality, and Quantum Noise in Superluminal Light Pulse Propagation*, Phys. Rev. Lett. **86**, 3925-3929 (2001).

<sup>24</sup> Hau, L. V., Harris, S. E., Dutton, Z. and Behroozi, C. H.: *Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas*, Nature **397**, 594-598 (1999).

<sup>25</sup> Michael M. Kash, Vladimir A. Sautenkov, Alexander S. Zibrov, L. Hollberg, George R. Welch, Mikhail D. Lukin, Yuri Rostovtsev, Edward S. Fry, and Marlan O. Scully: *Ultralow Group Velocity and Enhanced Nonlinear Optical Effects in a Coherently Driven Hot Atomic Gas*, Phys. Rev. Lett. **82**, 5229 (1999).

<sup>26</sup> Chien Liu, Zachary Dutton, Cyrus H. Behroozi and Lene Vestergaard Hau: *Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses*, Nature **409**, 490-493 (2001).



**Figura 9.** Esquema “rústico” del experimento de la doble rendija, inspirado en otro de Bohr (Haroche y Raimond, 2006).

última pantalla, a esta llegarán de uno en uno, produciendo un impacto puntual en ella (un “click” en uno de los detectores que registran las llegadas a cada zona de la pantalla). La llegada será aparentemente aleatoria, pero cuando se hayan acumulado ya muchos, la distribución acumulada tendrá máximos y mínimos simulando el sistema de franjas claras y oscuras. Esto será así mientras no podamos saber por cuál de las dos rendijas ha pasado cada fotón. Si, por el contrario, queda constancia (hay testigos físicos) de por dónde ha ido cada fotón, las llegadas de estos se dispondrán de forma no estructurada.<sup>27</sup>

Esto ocurrirá si, como decíamos antes, una rendija es móvil y su retroceso es suficiente para señalar el paso del fotón. O si, por ejemplo, al pasar el fotón por una rendija excita un átomo que, en su desexcitación, produce un fotón “chivato”. Cualquier “entrelazamiento” del fotón que pasa con la rendija atravesada basta para que las interferencias no se produzcan.

## V. EL FOTÓN

### A. Los *Lichtquanten* de Einstein

La idea corpuscular de la luz viene de antaño. Pero su más eminente defensor fue Newton, para quien la luz consistiría en un chorro de partículas que viajan en línea recta, con masas distintas según su color. Explicó Newton la refracción como efecto de la atracción ejercida por un medio material sobre esas partículas de luz, atracción que aumentaría su velocidad normal a la superficie, tendiendo así a acercarlas a la misma. No le preocupaba que esta interpretación forzara a una mayor velocidad de la luz en los medios materiales, contra toda intuición. Hasta que Foucault no midiera en 1851 esta velocidad en el agua y observara que era menor que en el aire, no se produjo una clara contradicción entre la imagen corpuscular de la luz y la experiencia.

Como ya hemos dicho, la idea de una naturaleza ondulatoria de la luz se impuso sobre la corpuscular tras las brillantes aportaciones de Young, y quedó consagrada por la monumental obra teórica de Maxwell y la producción y detección de ondas EM (electromagnéticas) por Hertz. Hubo que llegar al siglo XX para que renaciera de sus cenizas de la mano de Einstein, con su revolucionario trabajo sobre el efecto fotoeléctrico.

Recordémoslo. Al iluminar un metal con luz de frecuencia suficientemente alta, se arrancan electrones de éste. Empíricamente se observa que estos fotoelectrones surgen sin retraso apreciable y que su máxima energía cinética es lineal en la frecuencia de la luz:

$$K_{\text{máx}} = a\nu - b$$

donde  $a$ ,  $b$  son constantes positivas que no dependen del haz con que se irradia el metal. La intensidad de este haz solo afecta al número de electrones extraídos. Esta fórmula indica que hace falta una frecuencia umbral  $\nu_{\text{mín}} = b/a$  para que aparezcan fotoelectrones.

Estas observaciones son inexplicables con el electromagnetismo clásico de Maxwell. Según éste, por

<sup>27</sup> S. Haroche, J.-M. Raimond, EXPLORING THE QUANTUM, Oxford Univ. Press 2006.

débil que fuera la intensidad del haz y por pequeña que fuera su frecuencia, bastaría con esperar un tiempo suficientemente largo para que la energía absorbida por el metal superase la energía potencial mínima de extracción de un electrón y empezaran a aparecer fotoelectrones. No es así, como acabamos de decir. Además, aunque la frecuencia fuera suficiente, debería transcurrir un cierto tiempo finito  $\Delta t$ , desde que se ilumina el metal, hasta la aparición de electrones arrancados, de forma que la energía  $\rho_{EM}c\sigma\Delta t$  absorbida por un electrón pudiese arrancarle del metal. En esta expresión,  $\rho_{EM}$  es la densidad de energía electromagnética del haz, y  $\sigma$  es la sección eficaz de un átomo de la muestra.

La explicación del efecto propuesta por Einstein en su primer trabajo histórico de 1905 no puede ser más sencilla: la radiación de frecuencia  $\nu$  consta de paquetes de energía  $h\nu$  (que Einstein llamó *cuantos de luz*, y que años después, en 1926, Lewis bautizaría como fotones), indivisibles, que, de ceder energía, lo hacen totalmente. Por otro lado los electrones del metal están ligados, y para arrancar uno de ellos, es preciso suministrarle energía superior a la que lo liga al metal. La más pequeña de estas energías de ligadura se llama *función de trabajo* del metal, y es de unos pocos eV. Llamémosla  $\phi_0$ . Si un fotón choca con un electrón, podrá cederle de forma instantánea toda su energía, y si esta supera su energía de ligadura, lo arrancará. Es claro entonces que

$$K_{\text{máx}} = h\nu - \phi_0$$

y que  $\nu_{\text{mín}} = \phi_0/h$ . Fue Millikan, incrédulo ante estas ideas de Einstein, quien verificó esta expresión en 1916, obteniendo un valor de  $h$  compatible con el obtenido a través del espectro de radiación de un cuerpo negro.

Notemos, antes de continuar, que Einstein discretizó o cuantificó la energía de la luz. Nunca habló de partículas de luz localizadas, como usualmente tendemos a imaginarnos los fotones.

En el año 1923 Arthur Holly Compton realizaba su famoso experimento de colisión fotón-electrón, que

ponía en evidencia que los fotones no solo transportan energía, sino también momento, que pueden ceder a otros sistemas afectando el movimiento de estos (ver Figura 10). Aparte de la relación  $E=h\nu$  entre la energía del fotón y la frecuencia de la luz asociada, se tiene la relación  $p = h/\lambda$  entre el momento del fotón y la longitud de onda de dicha luz. En particular, en el vacío,  $\nu\lambda=c$ , y por tanto  $E=pc$ , con lo que la masa del fotón es nula.

Pero, ¿qué ocurre en los medios materiales, es decir, refractivos? ¿Cuál es entonces la relación entre la energía y el momento del fotón? En un medio de índice de refracción  $n$ ,  $E/p = h\nu / (h/\lambda) = \nu\lambda = v$ , la velocidad de la luz en ese medio, y en consecuencia  $E/p = v = c/n$ , es decir,  $E = pc/n$ . Esta es la propuesta de Minkowski.<sup>28</sup>

Pero también cabría argüir como Abraham:<sup>29</sup> atribuyéndole al fotón una “masa”  $E/c^2$ , entonces  $p = (E/c^2)v = (E/c^2)c/n$ , y por ende  $E = npc$ .



**Figura 10.** Cometa Hale-Bopp (Nature 2006). Se ven claramente dos colas del cometa, una azul (cola de iones, arrastrados por el viento solar de partículas cargadas), y otra blanca (cola de polvo, empujada, más débilmente, por la presión de la radiación luminosa solar).

<sup>28</sup> Minkowski, H., Nachr. Ges. Wiss. Gött. Math.-Phys. Kl. **53** (1908).

<sup>29</sup> Abraham, M. Rend. Circ. Matem. Palermo **28**, 1 (1909).

¿Qué es lo correcto? Depende. En situaciones en que dominen los aspectos corpusculares de los átomos, gana Abraham; si dominan los aspectos ondulatorios de los átomos, el vencedor es Minkowski. Cuando se da una circunstancia o la otra, no es cuestión baladí.<sup>30</sup>

## B. El nombre de fotón

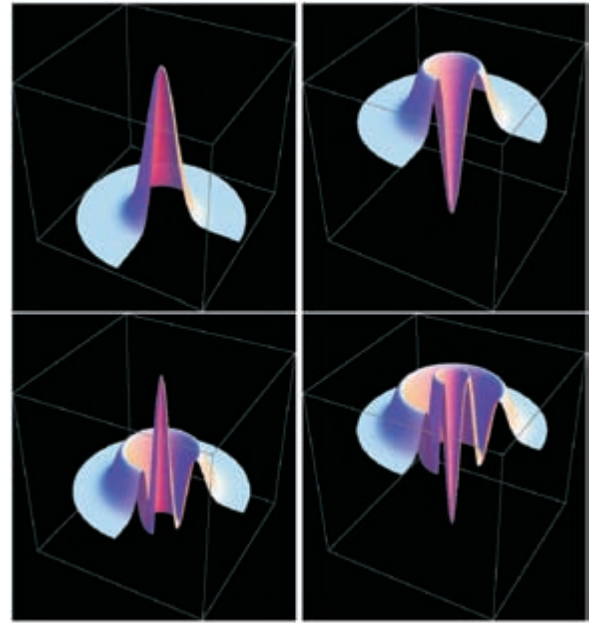
La palabra fotón surgió en 1926 de la pluma del insigne químico Gilbert Newton Lewis, en una carta al editor de Nature. En ella escribía:

*Had there not seemed to be insuperable objections, one might have been tempted to adopt the hypothesis that we are dealing here with a new type of atom, an identifiable entity, uncreatable and indestructible, which acts as the carrier of radiant energy and, after absorption, persists as an essential constituent of the absorbing atom until it is later sent out again bearing a new amount of energy. ... It would seem inappropriate to speak of one of these hypothetical entities as a particle of light, a corpuscle of light, a light quantum, or a light quant, if we are to assume that it spends only a minute fraction of its existence as a carrier of radiant energy, while the rest of the time it remains as an important structural element within the atom. It would also cause confusion to call it merely a quantum, for later it will be necessary to distinguish between the number of these entities present in an atom and the so-called quantum number. I therefore take the liberty of proposing for this hypothetical new atom, which is not light but plays an essential part in every process of radiation, the name photon.*

Es claro que el fotón de Lewis no es el que la física acepta.

## C. El campo cuántico de Maxwell

Los fotones, tal como hoy los conocemos, entraron en la física con Dirac en 1927, cuando este aplicó la



**Figura 11.** Funciones de Wigner de los estados  $|n\rangle$ ,  $n=0, 1, 2, 3$ ; se omite el sector  $3\pi/2 < \phi < 2\pi$  para mejor visualización.

llamada segunda cuantificación al campo de Maxwell. Los fotones aparecen como excitaciones elementales de ese campo cuántico: estados, por ejemplo, de la forma  $a^\dagger(\mathbf{k}, \varepsilon)|0\rangle$ , con momento  $\mathbf{k}$  y polarización  $\varepsilon$  bien definidos (obtenidos por aplicación de un adecuado operador de creación al estado vacío), y, en general, combinaciones lineales arbitrarias de los mismos. Con el campo de Maxwell cuantificado, Dirac consiguió elaborar una teoría completamente cuántica de la interacción luz-materia. Años después, en la década de los 40, se desarrollaría la electrodinámica cuántica (EDQ), herramienta con la que la física ha alcanzado sus más altas cotas de precisión en sus predicciones: la anomalía del electrón

$$a_e := \frac{1}{2}(g_e - 1) = 1.15965218085(76) \times 10^{-3}$$

está medida con 10 cifras significativas.<sup>31</sup> La EDQ relaciona  $a_e$  con la constante  $\alpha_{EM}$  de estructura fina. La gran precisión alcanzada en la medida del momento magnético del electrón ha hecho posible mejorar en un orden de magnitud el valor de  $\alpha_{EM}$ , con el resultado:<sup>32</sup>

<sup>30</sup> Leonhardt, U.: *Optics: Momentum in an uncertain light*, Nature **444**, 823-824 (2006).

<sup>31</sup> B. Odom, D. Hanneke, B. D'Urso, G. Gabrielse, *New Measurement of the Electron Magnetic Moment Using a One-Electron Quantum Cyclotron*, Phys. Rev. Lett. **97**, 030801(4) (2006).

<sup>32</sup> G. Gabrielse, D. Hanneke, T. Kinoshita, M. Nio, B. Odom, *New Determination of the Fine Structure Constant from the Electron g Value and QED*, Phys. Rev. Lett. **97**, 030802(4) (2006).

$$\alpha_{EM}^{-1} = 137.035999710(96).$$

La obtención de este número ha exigido un esfuerzo ímprobo de cálculo: se han incluido todos los términos perturbativos de orden  $(\alpha/\pi)$ ,  $(\alpha/\pi)^2$ ,  $(\alpha/\pi)^3$ , y  $(\alpha/\pi)^4$ . Este último (891 gráficos de Feynman) ha requerido 10 años de cálculo, con grandes superordenadores. Ya se han empezado a calcular los diagramas de Feynman que, en número de 12672, suministrarán la siguiente corrección en  $(\alpha/\pi)^5$ .

Una pregunta frecuente en torno al fotón es sobre su localizabilidad. ¿Es localizable un fotón? ¿Tiene una función de onda, como la tienen las partículas de masa no nula, de la que pueda extraerse información acerca de dónde es más fácil encontrarlo? Se sabe desde hace tiempo que el fotón, por su carácter transversal debido a ser de masa nula, no es estrictamente localizable, aunque sí lo es en un sentido débil;<sup>33,34</sup> cuando un fotón está localizado débilmente en una región, existe una probabilidad no nula de detectarlo fuera de la misma, probabilidad que disminuye con la distancia a dicha zona como  $(\text{distancia})^{-1}$ .<sup>35</sup>

El fotón, como cualquier sistema cuántico, tiene una función de onda asociada a cada conjunto completo de observables compatibles; el problema, sin embargo, es que el fotón carece de un observable de posición convencional  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ . No es este el momento para explicar con detalle la razón de tal carencia; quizás ayude a comprenderlo el hecho elemental de que si  $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$  es un campo vectorial transversal, es decir, de divergencia nula ( $\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = 0$ ), los campos  $x_j \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$ ,  $j=1, 2, 3$ , no son, en general, transversales.

Para excitaciones monomodales  $|n\rangle$  existe, sin embargo, una forma de asignarles una función de distribución en el espacio de fases, distinta de la habitual del oscilador armónico en mecánica cuántica, y conocida como función de Wigner;<sup>36</sup> se trata de una función

en el espacio de fases  $(x, p)$ , con propiedades interesantes para el cálculo de valores esperados, y con la característica de que no es necesariamente positiva, pero su integración sobre  $p$  ( $x$ ) conduce como marginal a la distribución de probabilidad en  $x$  ( $p$ ). En la Fig. 11 mostramos las funciones de Wigner para los estados  $|n\rangle$ ,  $n=0, 1, 2, 3$ . Nótese que salvo en el estado fundamental  $|0\rangle$ , las funciones de Wigner mostradas tienen regiones de negatividad.

## VI. LUZ CLÁSICA, LUZ “CUÁNTICA”

### A. Definición de luz no-clásica

Toda la luz es cuántica, por supuesto, pero en óptica cuántica se distingue entre luz clásica y luz no-clásica. La frontera entre ambas la marca esencialmente la luz láser. La definición precisa de ambos tipos de luz no es elemental; se basa en la llamada función de Glauber-Sudarshan, una función definida en el espacio de fases  $(x, p)$  asociada a cada estado monomodal de luz.

Nos limitaremos a dar unos ejemplos de ambos tipos de luz.

#### 1. Luz clásica

1. Luz térmica o caótica (cuerpo negro monomodal); es el caso de la luz solar para una frecuencia determinada. En la Fig. 12 representamos las distribuciones de probabilidad, dadas por la ley de Planck, de los distintos estados  $|n\rangle\langle n|$  para luz térmica a temperatura  $T=5785$  K (luz solar), y dos frecuencias distintas: la correspondiente a la línea  $D_1$  del Na ( $\lambda_{D_1, Na} = 590$  nm), y luego la frecuencia correspondiente a  $\lambda = 100 \mu\text{m}$ ; en el primer caso  $\langle n \rangle \approx 0.015$ , y en el segundo  $\langle n \rangle = 40$ .

<sup>33</sup> J.M. Jauch, C. Piron, *Generalized localizability*, Helv. Phys. Acta 40, 559-570 (1967); W. Amrein, *Localizability for particles of mass zero*, Phys. Acta 42, 149-190 (1969).

<sup>34</sup> Sin embargo, ni siquiera débilmente sería el fotón localizable si solo aceptásemos una de sus dos helicidades: A. Galindo, *Massless particles with definite helicity are not weakly localizable*, Helv. Phys. Acta 41, 257-260 (1968).

<sup>35</sup> E. R. Pike, S. Sarkar, *Spatial dependence of weakly localized single-photon wave packets*, Phys. Rev. A 35, 926-928 (1987); THE QUANTUM THEORY OF RADIATION, Clarendon Press, Oxford, 1995. Se han conseguido estados de fotón cuya densidad de energía y de probabilidad de fotodetección decrecen con una potencia arbitrariamente alta del inverso de la distancia: C. Adlard, E. R. Pike, Sarben Sarkar, *Localization of One-Photon States*, Phys. Rev. Lett. 79, 1585-1587 (1997).

<sup>36</sup> Una excitación monomodal  $|n\rangle$  contiene  $n$  fotones, todos ellos con los mismos números cuánticos.

2. Luz láser monomodal. Esta luz se halla en un estado  $|\alpha\rangle$ ,  $\alpha \in \mathbb{C}$ , llamado coherente, en el que las excitaciones  $|n\rangle$  con  $n$  fotones aparecen con distribución poissoniana.<sup>37</sup> (Ver Fig. 13.)

2. Luz no-clásica

3. La luz en estado  $|n\rangle$  con un número fijo  $n > 0$  de fotones es no-clásica. En general se demuestra que todo estado de luz puro o bien es coherente, o bien es no-clásico.<sup>38</sup>

4. Luz en estado “gato”  $|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle$ , debidamente normalizado, es también luz no-clásica, y su espectro de excitaciones fotónicas viene en la Fig. 14.

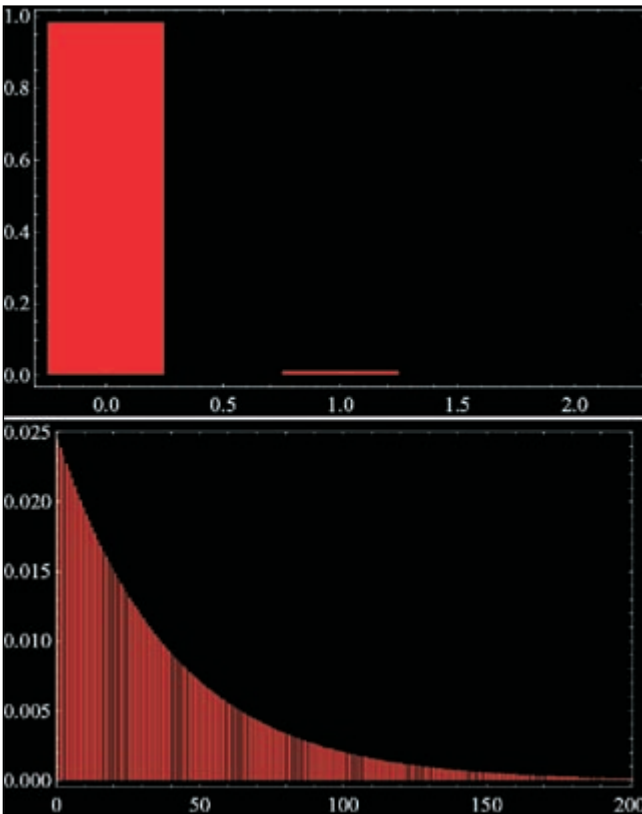


Figura 12. Distribución del número de fotones en cada estado de la luz solar, para las longitudes de onda de 590 nm y 100 μm, respectivamente.

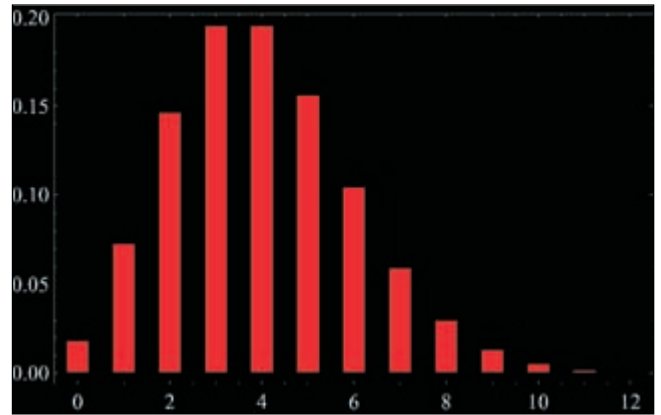


Figura 13. Distribución del número de fotones en luz láser monomodal, con  $\langle n \rangle = 4$  ( $\alpha = 2$ ).

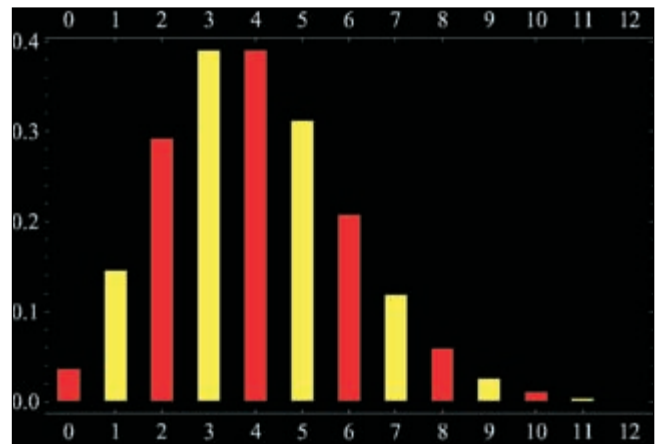


Figura 14. Distribución del número de fotones en luz “gato”  $|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle$  (rojo, amarillo, respectivamente), con  $\alpha = 2$ .

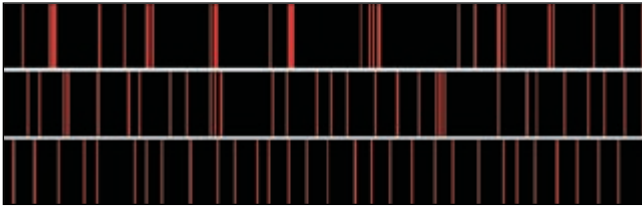
3. Agrupamiento, anti-agrupamiento de fotones

La luz láser, con su distribución Poisson para el número de fotones, es patrón de referencia en el análisis estadístico de los fotones en cualquier estado de luz. Otro tanto ocurre para las correlaciones. Cuando los fotones de un haz tienden a salir más apolonados de lo que marca un haz láser, se dice que los fotones presentan *agrupamiento*; cuando, por el contrario, tienden a distanciarse más entre sí, se habla de *anti-agrupamiento* (ver Fig. 15).<sup>39</sup>

<sup>37</sup> Los estados coherentes monomodales son de la forma  $|\alpha\rangle = \exp(-\frac{1}{2}|\alpha|^2) \sum_0^\infty (\alpha^n / \sqrt{n!}) |n\rangle$ . Para estos estados,  $\langle n \rangle = |\alpha|^2$ .

<sup>38</sup> M. Hillery, *Classical pure states are coherent states*, Physics Letters A **111**, 409-411 (1985).

<sup>39</sup> M. O. Scully, M. S. Zubairy, Quantum Optics, Cambridge Univ. Press 2002. Un análisis preciso de estos conceptos requiere echar mano del grado de coherencia temporal de segundo orden.



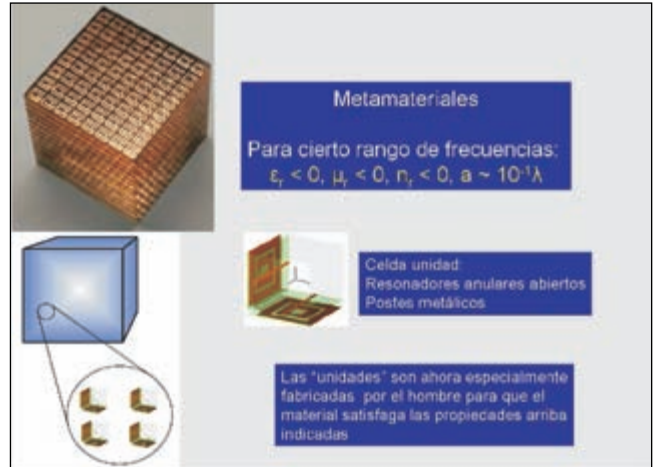
**Figura 15.** Secuencia de fotones presentando agrupamiento. Secuencia de fotones de una fuente láser. Secuencia de fotones con antiagrupamiento.

El agrupamiento se da, por ejemplo, para luz térmica (emitida por muchos átomos de forma aleatoria), en la que la estadística Bose-Einstein de los fotones hace que estos tiendan a ir juntos. El anti-agrupamiento se da, por ejemplo, en luz emitida por un átomo, porque este necesita un cierto tiempo de recuperación, tras una emisión, antes de iniciar otra. A medida que el número de átomos emisores crece, se pasa gradualmente de la situación de anti-agrupamiento a la de agrupamiento, como se ha comprobado experimentalmente.<sup>40</sup>

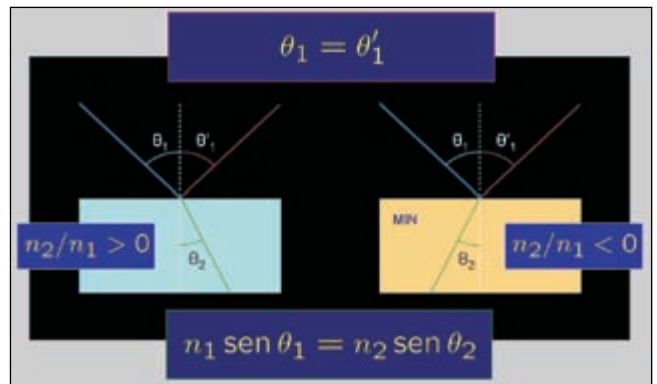
## VII. LOS METAMATERIALES

En 1968, el ruso Veselago<sup>41</sup> analizó el electromagnetismo de hipotéticos medios materiales con permitividad eléctrica y permeabilidad magnética negativas:  $\epsilon_r := \text{Re}\epsilon(\omega) < 0$ ,  $\mu_r := \text{Re}\mu(\omega) < 0$ .<sup>42</sup> Tales materiales, llamados *metamateriales*, *materiales zurdos* o *levógiros*, o *materiales doble negativos*, tienen un índice de refracción negativo (por lo que también se conocen como *materiales con índice negativo* (MINs):<sup>43</sup>  $n(\omega) = \sqrt{\epsilon(\omega)\mu(\omega)}$ ,  $\text{Re}n(\omega) < 0$ .

Mientras que los átomos son las unidades responsables de las propiedades ópticas de los materiales ordinarios, en los metamateriales esas propiedades se crean artificialmente en el laboratorio mediante “unidades” o celdas especiales con conductores estructurados y dispuestos de forma adecuada (Fig. 16).



**Figura 16.** Unidades artificiales para dotar a los metamateriales de sus propiedades electromagnéticas.

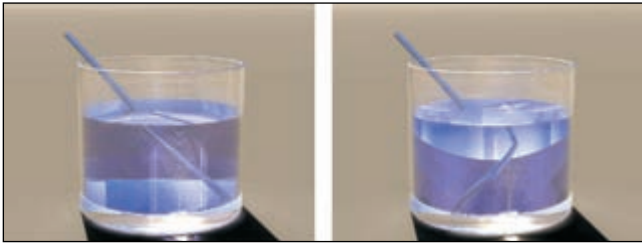


**Figura 17.** Ley de reflexión y refracción al pasar de un medio normal a otro de índice positivo (izquierda) o negativo (derecha).

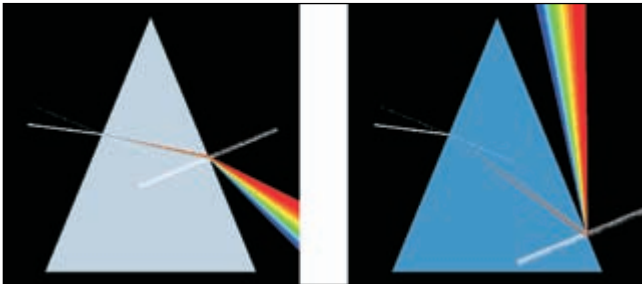
### A. La luz en un medio con índice negativo

El comportamiento de los rayos luminosos al entrar en un medio con  $n < 0$  es muy peculiar: se refracta siguiendo la ley de los senos, pero sin salirse del semiplano de incidencia limitado por la normal. La ley de reflexión no cambia (Fig. 17). Para tales medios el principio de mínimo dado por Fermat deja de cumplirse.

<sup>40</sup> M. Hennrich, A. Kuhn, G. Rempe, *Transition from Antibunching to Bunching in Cavity QED*, Phys. Rev. Lett. **94**, 053604(4) (2005).  
<sup>41</sup> Veselago, V., *The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$* , Sov. Phys. USPEKHI, **10**, 509-514, January/February 1968.  
<sup>42</sup> Recordemos que la causalidad exige que  $\epsilon(\omega)$ ,  $\mu(\omega)$  y  $n(\omega)$  sean funciones analíticas de  $\omega$  en el semiplano superior  $\text{Im } \omega > 0$ , para todo material.  
<sup>43</sup> Hablando con más precisión, estos materiales tienen  $n_r := \text{Re } n < 0$ , y  $n_i := \text{Im } n > 0$  (coeficiente de absorción positivo). De hecho, para que  $n_r < 0$  basta que  $\epsilon_r |\mu_r| + \mu_r |\epsilon_r| < 0$ .



**Figura 18.** Refracción en un medio líquido de índice positivo  $n=+1.3$ , y otro negativo  $n=-1.3$ .

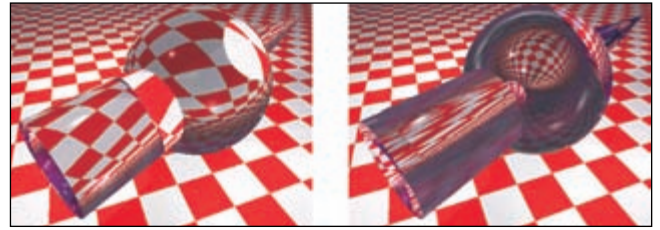


**Figura 19.** Descomposición en colores de la luz blanca al atravesar, primero, un prisma de vidrio ordinario, y luego, un prisma de metamaterial.

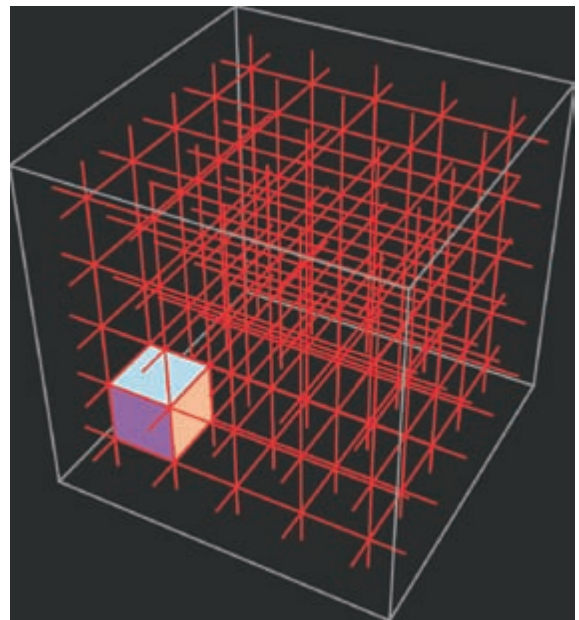
Todos recordamos cómo la refracción en el agua hace que una varilla sumergida parezca quebrarse. La Fig. 18 muestra esta refracción familiar que tiene lugar en un líquido normal ( $n=1.3$ ) similar al agua, y también la refracción en un hipotético “metalíquido” con  $n=-1.3$ .<sup>44</sup>

Su diferencia llama realmente la atención, como lo hace también el distinto comportamiento (Fig. 19) sobre la descomposición espectral de la luz blanca de un prisma ordinario (tal como observara Newton), y el de un hipotético prisma de metamaterial (con ley de dispersión convencional).

La simulación de la óptica de rayos con el paquete de *software* POV-Ray (Persistence of Vision Raytracer) resulta estimulante, por la riqueza de efectos inesperados que revela. La Fig. 20 muestra la



**Figura 20.** Vista del plano ajedrezado a través de un objeto transparente normal ( $n=1.5$ ), y de un objeto de material de índice negativo ( $n=-1.5$ ).



**Figura 21.** Red metálica para crear metamateriales eléctricos ( $\epsilon < 0$ ). Se muestra una celda elemental.

refracción por un objeto compuesto cilindro/esfera/cono de material transparente, con índices de refracción  $+1.5$  y  $-1.5$ , respectivamente.

Treinta años más tarde, esas especulaciones se han hecho realidad, impulsadas por el físico británico Sir John B. Pendry y sus colaboradores, quienes propusieron una ingeniosa manera de construir materiales con estas características:<sup>45</sup>

<sup>44</sup> Figuras adaptadas de las de G. Dolling, M. Wegener, S. Linden, Ch. Hormann: *Photorealistic images of objects in effective negative-index materials*, Optics Express **14**, 1842-1849 (2006).

<sup>45</sup> J.B. Pendry, A.J. Holden, W.J. Stewart, I. Youngs, *Extremely Low Frequency Plasmons in Metallic Mesostructures*, Phys. Rev. Lett. **76**, 0031-9007/96/76(25)/4773(4) (1996); J.B. Pendry, A.J. Holden, D.J. Robbins, W.J. Stewart, *Low Frequency Plasmons in Thin Wire Structures*, J. Phys.: Condens. Matter **10**, 4785-4788 (1998). En realidad, el primero en darse cuenta de que con conductores filiformes podían producirse dieléctricos para las microondas fue J. Brown, *Artificial dielectrics*, Progress in Dielectrics **2**, 195-225 (1960). En la excelente puesta a punto *Negative Refractive Index Metamaterials: Principles and Applications*, de Z. Jaksic, N. Dalarsson, M Maksimovic, en Microwave Review, June 2006, pp- 36-49, pueden verse muchos detalles históricos así como abundante bibliografía.

- Una colección de hilos conductores rectilíneos, muy finos (con radios del orden de una micra), formando una malla metálica 3D cúbica (Fig. 21), presenta una permitividad eléctrica de la forma

$$\epsilon(\omega) \approx 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + i\gamma_e)}$$

donde  $\omega_{pe}$  es la frecuencia de plasma eléctrico, y  $\gamma_e$  una constante de amortiguamiento (un parámetro positivo de disipación de la energía plasmónica en los conductores), dadas por

$$\omega_{pe}^2 = \frac{n_{ef} e^2}{\epsilon_0 m_{ef}} = \frac{2\pi c^2}{a^2 \log(a/r)},$$

$$\gamma_e = \epsilon_0 a^2 \omega_{pe}^2 / \pi r^2 \sigma,$$

siendo: 1/  $a$  es el espaciado de la red. 2/  $n_{ef} = n\pi(r/a)^2$  es la densidad efectiva de número de electrones,  $r$  el radio de cada hilo conductor, y  $m_{ef} = (\mu_0 \pi r^2 e^2 n / 2\pi) \log(a/r)$  la masa efectiva de cada electrón debida a la autoinducción de la malla. 3/  $\sigma$  es la conductividad del metal.

La validez de las aproximaciones anteriores exige que  $r \ll a \ll \lambda$ .

Por ejemplo, con hilos de aluminio de radio  $r=1.0 \mu\text{m}$ , una red de espaciado  $a=5.0 \text{ mm}$ , densidad  $n_{Al} = 1.806 \times 10^{29} \text{ m}^{-3}$ , y conductividad  $\sigma_{Al} = 3.65 \times 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$ , resulta

$$\epsilon_{Al}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pe,Al}^2}{\omega(\omega + i0.097\omega_{pe,Al})}$$

con  $\omega_{pe,Al} / 2\pi = 8.20 \text{ GHz}$ . Hasta esta frecuencia la longitud de onda en vacío supera los 3.6 cm, cumpliéndose por tanto holgadamente la condición  $\lambda \gg a$ .

En consecuencia, a frecuencias  $\omega$  inferiores a  $0.99\omega_{pe,Al}$  la (parte real de la) permitividad de esta estructura será negativa.

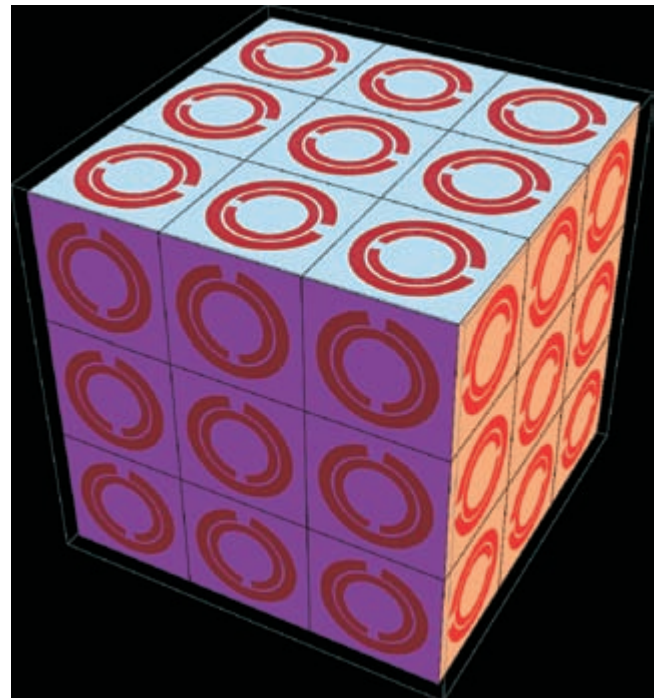
En la naturaleza existen materiales con permitividad negativa para ciertas bandas de fre-

cuencia, como por ejemplo los metales nobles (en el UV y en el visible), o los plasmas eléctricos.

- Una colección de conductores planos de forma anular abierta en la forma indicada en la Fig. 22 presenta una permeabilidad magnética dada por<sup>46</sup>

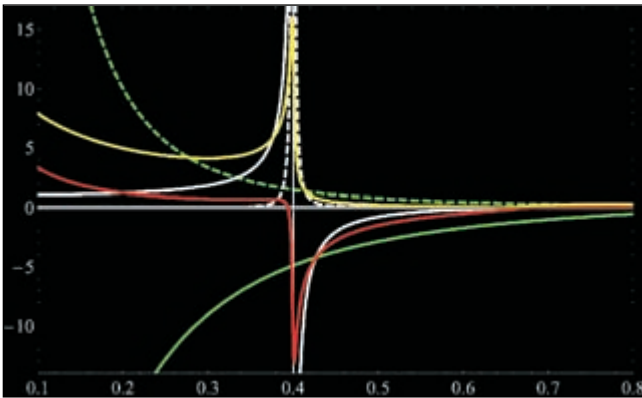
$$\mu(\omega) = 1 - \frac{f\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\gamma_m \omega}$$

donde  $f < 1$  es una fracción de llenado,  $\omega_0$  es la frecuencia de resonancia magnética, y  $\gamma_m$  representa una constante positiva de disipación, que dependen de la geometría de los anillos y de sus características físicas. La frecuencia  $\omega_{pm} := \omega_0 / \sqrt{1-f}$  se conoce como frecuencia de plasma magnético. En casi toda la zona “activa”  $\omega_0 < \omega < \omega_{pm}$  la (parte real de la) permeabilidad es negativa.



**Figura 22.** Cubo de  $3^3$  celdas con anillos abiertos (en rojo) para crear metamateriales magnéticos ( $\mu_r < 0$ ).

<sup>46</sup> J.B. Pendry, A.J. Holden, D.J. Robbins, W.J. Stewart, *Magnetism from Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena*, IEEE Trans. Microw. Theory and Tech. **47**, 2075-2081 (1999).



**Figura 23.** Índice de refracción en función de la frecuencia (con  $\omega_{pe}$  como unidad). En rojo, la parte real; en amarillo, la parte imaginaria. Hacemos lo mismo con la permitividad (en verde discontinuo, en puntos la parte real, en rayas la parte imaginaria), y con la permeabilidad (en blanco discontinuo e igual criterio).

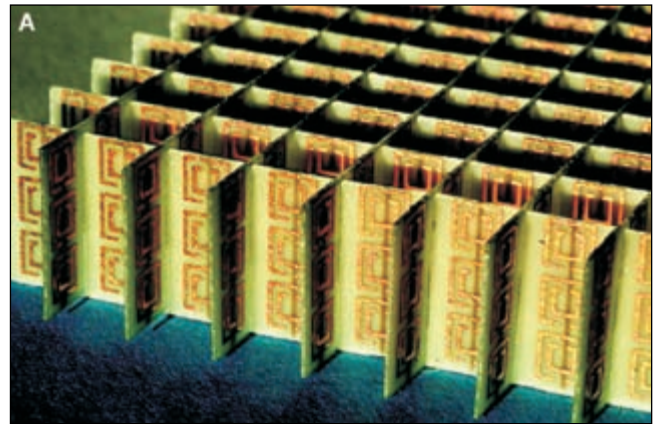
Para anillos de cobre, y valores razonables ( $O(0.1-10)$  mm) para sus dimensiones, sus distancias de separación y tamaño de sus brechas, se obtienen valores típicos como  $f=0.126$ ,  $\omega_0/2\pi=13.5$  GHz,  $\gamma_m/\omega_0=3.76\times 10^{-3}$ . Las longitudes de onda (en vacío) para las frecuencias en la zona activa son del orden de 2 cm, y por tanto grandes (aunque no mucho) en comparación con el tamaño de las celdas de la estructura, como es necesario para que esta pueda considerarse como un medio homogéneo, isótropo y continuo.

Puede comprobarse que  $\mu_r(\omega):=\text{Re}\mu(\omega)<0$  para  $1<\omega/\omega_0<1.07$ .

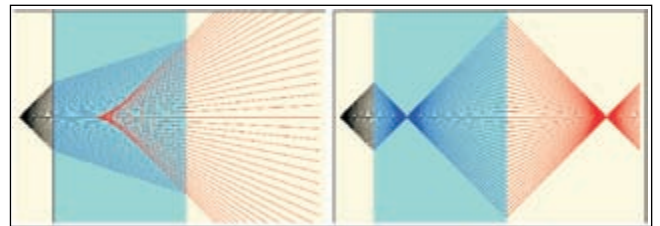
Algunos materiales magnéticos naturales tienen una (parte real de la) permeabilidad magnética que es negativa hasta frecuencias de GHz. Pero ninguno de ellos cumple esto en el visible.

- Combinando las ideas de los dos puntos anteriores, se han fabricado metamateriales tanto eléctricos como magnéticos, es decir, con las (partes reales de la) permitividad y permeabilidad ambas negativas en una banda de frecuencias. No se conoce ningún material que tenga estas propiedades de modo natural.

Un retículo que englobe adecuadamente conductores filiformes y anillos abiertos puede pro-



**Figura 24.** Material de índice de refracción negativo (Shelby et al.)



**Figura 25.** Imagen de un punto a través de una lámina de material con  $n=2.3$  y  $n=-1$ , respectivamente.

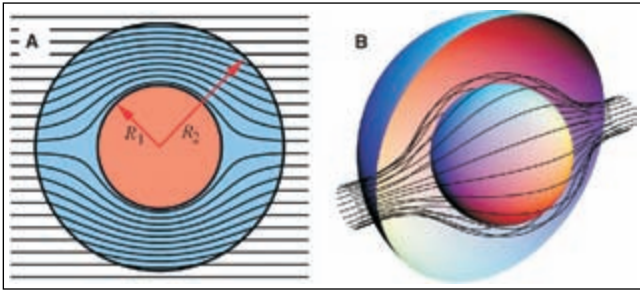
ducir este efecto para alguna región de frecuencias. No es fácil, y el conseguirlo ha sido la meta de muchos laboratorios.

Como ilustración teórica, supongamos unos datos y configuraciones tales que  $\omega_0<\omega_{pm}<\omega_{pe}$ . Entonces para frecuencias tales que  $\omega_0<\omega<\omega_{pm}$  serán negativas tanto la permitividad como la permeabilidad, es decir, estaremos en una región frecuencial de índice de refracción negativo. Por ejemplo: sean  $\omega_0=0.6\omega_{pm}=0.4\omega_{pe}$ , y  $\gamma_m=0.01\omega_0$ ,  $\gamma_e=0.1\omega_{pe}$ . Entonces, las partes real e imaginaria del índice de refracción son las de la Fig. 23.

Obsérvese cómo  $n_r(\omega)<0$  en toda la zona  $0.4<\omega/\omega_{pe}<0.67$ .

## B. Algunas propiedades de los MINs

Y para concluir, citaremos algunas de las propiedades más relevantes y sugerentes de estos extraordinarios materiales con índice de refracción negativo:



**Figura 26.** Ilustración de cómo los rayos EM, supuestamente de longitud de onda  $\lambda \gg R_2$ , evitan el cuerpo central  $r < R_1$  bajo la acción del metamaterial que rellena la zona  $R_1 < r < R_2$  (Pendry *et al.*).

1. Actúan, como su nombre indica, como medios de índice de refracción negativo ( $n_r(\omega) < 0$ ) en una cierta banda de frecuencias. La primera verificación experimental se hizo con microondas sobre una metaestructura centimétrica formada por hilos y anillos abiertos, conductores (ver Fig. 24).<sup>47</sup> Se midió así un  $n_r = -2.7 \pm 0.1$ .
2. En un MIN el vector de ondas y el vector de Poynting son antiparalelos. Asimismo, en estos

materiales se invierten: 1/ el desplazamiento Doppler, de modo que tiene lugar hacia el rojo (azul) si el emisor se va acercando (alejando), y 2/ el efecto Čerenkov, que en un NIM emite su radiación hacia atrás.<sup>48</sup>

3. Un MIN con índice  $n = -1$  se comporta como una lente perfecta (ver Fig. 25). Este resultado, obvio en óptica de rayos, se mantiene en óptica ondulatoria.<sup>49</sup> Se puso en evidencia experimental por primera vez en 2003.<sup>50</sup>
4. Mediante MINs es posible construir escudos de invisibilidad para los campos electromagnéticos: los rayos de luz evitan la zona protegida, recomponiéndose tras rodearla, y no sale ninguno del interior de dicha zona (Fig. 26).<sup>51</sup> Esto es general, tanto en la aproximación de rayos como a nivel de campos EM.

Es evidente que se abren así fantásticas perspectivas para la aplicación de los metamateriales.

<sup>47</sup> R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz: *Experimental Verification of a Negative Index of Refraction*, Science **292**, 77-79 (2001).

<sup>48</sup> S. A. Ramakrishna, *Physics of negative refractive index materials*, Rep. Prog. Phys. **68**, 449-521 (2005); Z. Jaksic, N. Dalarsson, M Maksimovic, *loc. cit.*

<sup>49</sup> J. B. Pendry, *Negative Refraction Makes a Perfect Lens*, Phys. Rev. Lett. **85**, 3966-3969 (2000).

<sup>50</sup> P. Parimi, W.T. Lu, P. Vodo and S. Sridhar: *Imaging by Flat Lens using Negative Refraction*, Nature **426**, 404 (2003).

<sup>51</sup> J. B. Pendry, D. Schurig, D. R. Smith: *Controlling Electromagnetic Fields*, Science **312**, 1780-1782 (2006).