

LAS MATEMÁTICAS DE LA ECONOMÍA FINANCIERA*

ALEJANDRO BALBÁS DE LA CORTE *

* Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Valverde, 22. 28004 Madrid.

I. INTRODUCCIÓN

Las Matemáticas han jugado un papel esencial en el desarrollo de muchos de los temas centrales de la Economía Financiera, destacando, quizá de forma especial, aquellos aspectos relacionados con los mercados financieros, como son, por ejemplo, la valoración y cobertura de activos, la selección de inversiones, y la medición y gestión de riesgos.

Uno de los primeros en estudiar problemas de los mercados financieros utilizando planteamientos matemáticos fue Louis Bachelier (1870-1946), quien a comienzos del siglo XX centró parte de su investigación en la valoración de opciones. Pero habría que esperar hasta la segunda mitad del siglo pasado para que el papel de las matemáticas en los problemas financieros fuera reconocido. Así, por sus trabajos en la década de los cincuenta y sesenta, Harry Markowitz y William Sharpe fueron galardonados con el premio Nobel de Economía en 1990. A ellos les debemos la moderna Teoría de Selección de Inversiones y el Modelo de Valoración de Activos de Capital. Junto a Markowitz y Sharpe habría que citar a muchos otros, como Stephen A. Ross, quien desarrolló la Teoría de Valoración por Arbitraje, o Fischer Black, Robert C. Merton y Myron S. Scholes, quienes construyeron una teoría para la valoración de derivados que ha sido aplicada en otros muchos campos de la Economía. Merton y Scholes recibieron el premio Nobel de Economía en 1997, año en el que Black ya había fallecido.

Las aportaciones del siglo XX han motivado un notable desarrollo de los métodos matemáticos en el análisis de otros muchos problemas. Por ejemplo, el estudio de los tipos de interés, los riesgos de mercado y de crédito, las divisas, los mercados emergentes, la integración de mercados, las crisis financieras, la solvencia, etc., son estudiados mediante modelos matemáticos.

Merece la pena destacar que ha habido cierto grado de reciprocidad en la relación entre Matemáticas y Economía Financiera. Problemas económicos han generado nuevos problemas matemáticos. Como ejemplo, citemos al “Teorema Fundamental de la Valoración de Activos”, que establece la equivalencia entre la ausencia de arbitraje y la existencia de la “Medida de Martingala”. Este resultado ha sido una poderosa justificación para extender los Teoremas de Separación de Conjuntos Convexos.

Son prácticamente todas las disciplinas matemáticas las que han sido aplicadas. Por ejemplo, el Álgebra, el Análisis Matemático y Funcional, las Teorías de la Medida y de la Probabilidad, los Procesos Estocásticos, las Ecuaciones en Derivadas Parciales, los Métodos Numéricos y de Simulación, la Programación Matemática o la Investigación Operativa, etc.

En las próximas secciones presentaremos una breve panorámica general sobre el pasado, presente y previsible futuro del papel de las Matemáticas en la Economía Financiera. Para no alargar el contenido del

* El trabajo se corresponde con una conferencia que presenté en el curso 2006/2007 “dentro del Programa de Promoción de la Cultura Científica y Tecnológica, organizado por la Real Academia de Ciencias”. En aquel entonces no se había producido la crisis financiera internacional que todos conocemos, razón por la que no hablé de la misma en mi conferencia.

trabajo, centraremos fundamentalmente la discusión en una de las nociones centrales de las finanzas: el concepto de riesgo.

II. SOBRE LA SELECCIÓN DE INVERSIONES Y EL CONCEPTO DE RIESGO

Comencemos por preguntarnos qué es el riesgo financiero y cuál es la razón por la que los agentes económicos deciden asumirlo. Y para dar una primera respuesta observemos la siguiente figura:¹

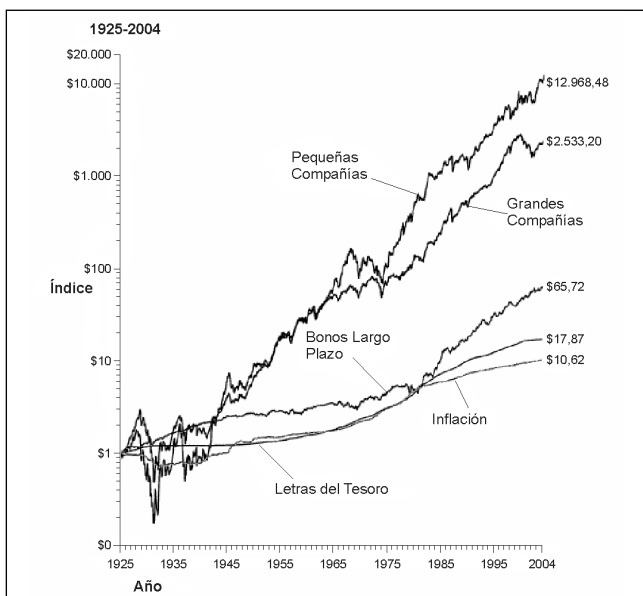


Figura I

En ella se ilustra la evolución del mercado americano entre los años 1925 y 2004. Nótese que un dólar invertido en 1925 se habría transformado en:

65,72 dólares si la inversión se hubiera destinado a renta fija pública a largo plazo.

2533,20 dólares para inversiones en acciones de grandes compañías.

12.968,48 dólares para inversiones en pequeñas compañías con gran capacidad de crecimiento.

Si a lo anterior añadimos que la inflación habría transformado nuestro dólar inicial en tan solo 10,62 dólares, queda más que justificado lo espectacular que pueden resultar los rendimientos obtenidos en los mercados de capitales. En concreto, la rentabilidad de las pequeñas compañías habría multiplicado por algo más de 1.295 nuestra capacidad de consumo. Destaquemos, finalmente, que estos resultados, u otros similares también publicados en Estados Unidos, se pueden perfectamente extrapolar a otras economías desarrolladas distintas de la norteamericana.

Notemos, sin embargo, que los resultados anteriores son relativos a un periodo de tiempo de 79 años, muy largo para la vida de una persona. Para periodos más cortos los altos rendimientos no son tan obvios. Aún así, si miramos con detenimiento el gráfico observaremos que, para periodos de cinco años, por ejemplo, prácticamente siempre hubo beneficios importantes, si exceptuamos parte de la década de los treinta, afectada por “la gran depresión de 1929-1934”, o “la crisis del petróleo” de comienzos de los setenta.

Pero también ha habido “etapas duras” para los inversores. Si antes hablábamos de “la gran depresión” de los años 30, época en la que numerosas fortunas se arruinaron totalmente, hubo además muchísimos momentos que, sin llegar a ser tan críticos, se caracterizaron por pérdidas importantes.

En definitiva, los agentes perciben la posibilidad de obtener beneficios importantes si participan activamente en los mercados de capitales, pero esta participación conlleva un riesgo, es decir, nadie garantiza que esos beneficios potenciales no se transformen al final sino en unas elevadas pérdidas reales.

A lo largo del Siglo XX, y especialmente en su segunda mitad, la Economía Financiera ha tratado de estudiar cómo se puede medir y cuantificar el nivel de riesgo de nuestras inversiones, de forma que esta medición nos permita un control y una gestión eficaz del mismo, así como establecer relaciones entre el riesgo que asumimos y el beneficio que esperamos o, dicho de otra forma, establecer lo que podríamos

¹ Fuente, *Ibbotson Associates*, 2005.

llamar el “precio del riesgo”. Esta presentación tratará de resumir los principios, metodología y conclusiones que la Economía Financiera históricamente ha desarrollado.

Citemos también al Seguro como otra de las actividades económicas íntimamente ligada al concepto de riesgo financiero. En efecto, el seguro es el mecanismo que muchos agentes económicos utilizan para mitigar los efectos económicos provocados por circunstancias adversas, aleatorias e imprevisibles. Aquí, obviamente, el concepto de riesgo tiene acepciones mucho más amplias que las que se usan en los mercados de capitales. Por un lado estaría el riesgo del asegurado, quien teme que cualquier tipo de “accidente” pueda causar deterioros en su patrimonio, y por otro está el riesgo de la compañía aseguradora, quien temerá que una siniestralidad muy superior a la prevista acabe con su estabilidad financiera.

El origen del seguro es antiguo, y algunos autores se remontan hasta los fenicios, quienes al parecer ya necesitaban dar estabilidad económica a su intensa actividad comercial y marítima. También las guerras de la antigüedad provocaron el nacimiento de incipientes “Montepíos”, cuyo objeto era salvaguardar nive-

les de bienestar económico de los herederos de aquellos que caían en combate.

El estudio académico del seguro, y de todo lo que con el mismo está relacionado, ha dado lugar a las Ciencias Actuariales, cuyos métodos han convergido progresivamente hacia aquellos más propios de la Economía Financiera. Pero también tienen su “propio discurso”, es decir, sus propios principios, supuestos y metodología. Una parte importante de las Ciencias Actuariales está constituida por la llamada “Teoría del Riesgo”, claramente relacionada con la presente disertación. No obstante, por razones de tiempo y espacio, nosotros centraremos fundamentalmente este análisis en los temas más estrechamente ligados a las entidades financieras y a los mercados de capitales.

III. MÉTODOS DE SELECCIÓN DE INVERSIONES Y DE MEDICIÓN Y GESTIÓN DEL RIESGO EN ECONOMÍA FINANCIERA

Aunque hay numerosos autores a los que se debería citar por su contribución fundamental en la formalización y análisis del concepto de riesgo, razones de espacio nos obligan a olvidarnos de ellos y comenzar nuestro repaso histórico con la figura de **HARRY MARKOWITZ**, nacido en Chicago en 1927 y **PREMIO NOBEL DE ECONOMÍA EN 1990**.

Markowitz ha dedicado una buena parte de su vida a la aplicación de métodos matemáticos y computacionales a la resolución de problemas reales, con especial atención a los problemas de naturaleza empresarial. Reproducimos, textualmente y en inglés, alguna de las frases del discurso que pronunció al ser galardonado con el Premio Nobel:

...my article on “Portfolio Selection” appeared in 1952. In the 38 years since then, I have worked with many people on many topics. The focus has always been on the application of mathematical or computer techniques to practical problems, particularly problems of business decisions under uncertainty. Sometimes we applied existing techniques; other times we developed new techniques. Some of these techniques have been more “successful” than others, success being measured here by acceptance in practice.



Harry Markowitz

Aunque Markowitz ha publicado numerosos libros y artículos, quizá los dos trabajos más íntimamente relacionados con el tema de esta disertación son

- “*The Utility of Wealth*”, 1952, *JPE*
- “*Portfolio Selection*”, 1952, *J. of Finance*

En ellos se asume que los rendimientos de una acción o cartera de valores sigue una distribución logaritmo-normal, que “podríamos aproximar” por una normal. La distribución normal se comporta conforme a la famosa “Campana de Gauss”, que representamos a continuación.

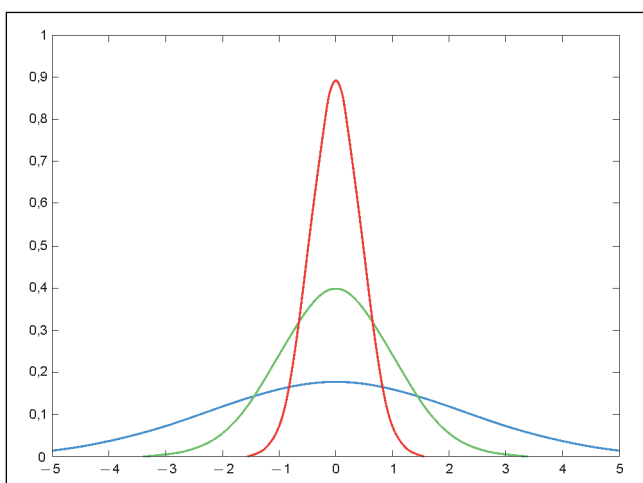


Figura II

En la Figura II se muestran tres distribuciones normales de igual media (cero en los tres casos) y distinta desviación típica. Cuanto mayor es esta desviación más dispersión respecto a la media se puede dar en los valores de una variable aleatoria. Markowitz probó que, si las tres líneas anteriores reflejaran el comportamiento estadístico de tres carteras de valores, entonces **los agentes preferirían la línea rosa a la verde, y ésta a la azul**. En definitiva, demostró formalmente que, para funciones de utilidad habituales, y para carteras con igual rentabilidad esperada, **a menor desviación típica más utilidad, y por tanto mejor cartera**. Con ello justifica teóricamente la utilización de la **desviación típica de la rentabilidad** como **medida del riesgo** de una inversión.

Markowitz estudió las carteras e **inversiones eficientes**, es decir, aquellas, que sin renunciar a una

rentabilidad mínima esperada, **minimizan** la desviación (**el riesgo**). Probó que se trata de **inversiones muy diversificadas**, es decir, que incorporan gran cantidad de activos en la cartera. Si ahora volvemos a la Figura I, y nos centramos por ejemplo en la riqueza generada por las compañías de menor tamaño, quienes transformaron un dólar inicial en 12.968,48 dólares finales, deberíamos hacer notar que estamos hablando de una cartera bien diversificada entre compañías de este tipo. Compañía a compañía habría habido muchas que nos habrían arruinado, o cuyos beneficios generados habrían sido mucho menores que los señalados.

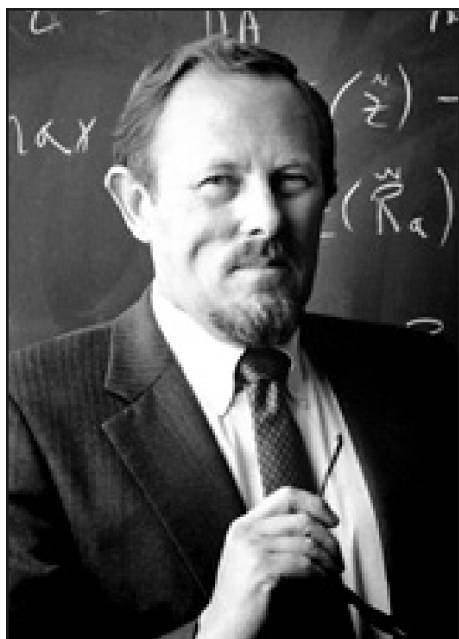
De forma simultánea a Markowitz otro autor publicó el artículo

Roy, A. 1952. “Safety first and the holding of assets”. *Econometrica*, 20, 431–449.

En él Roy utiliza una medida de riesgo distinta y más sugerente que la desviación típica, como es el nivel de pérdidas que se superan con cierta probabilidad previamente fijada. Sin embargo, al tratar los casos prácticos con la medida de Roy nos vemos obligados a recurrir a acotaciones que usan la desviación típica, y los resultados son muy similares a los de Markowitz.

El segundo gran economista del que vamos a hablar es **WILLIAM SHARPE**, nacido en 1934, que en 1964 publicó el famoso modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*, o Modelo de Valoración de Activos de Capital) y que compartió con Markowitz y con Merton Miller el **Premio Nobel de Economía en 1990**.

En su CAPM Sharpe sigue admitiendo que la desviación típica es una buena medida del riesgo, pero divide el riesgo total de una inversión en suma de dos, el **riesgo de mercado** y el **riesgo específico**. El segundo se puede eliminar sin renunciar a un solo céntimo de beneficio esperado, siempre que cambiemos la inversión por otra apropiada y bien diversificada. De una manera “gráfica” se suele decir que “el mercado no paga absolutamente nada por el riesgo específico”. Por ejemplo, y volviendo a la cartera bien diversificada entre pequeñas compañías de la Figura I, si en vez de en esta cartera invertimos en una sola empresa, o en una muestra pequeña de estas firmas, entonces sólo aumentamos el riesgo, pero no debemos



William Sharpe

esperar obtener ni un solo céntimo más por ello. El “**precio**” que cobramos por este **riesgo específico** adicional “**es cero**”.

Contemporáneos de Sharpe que le influyeron de forma importante fueron, entre otros, Lintner, Tobin y Treynor. Pero quien sin duda es merecedor de mención especial es **STEPHEN ROSS**, famoso para los economistas financieros por su modelo APT (*Arbitrage Pricing Theory* o Teoría de la Valoración por Arbitraje), por su Teoría de la Agencia, por su modelo Binomial para la Valoración de Opciones (compartido con Cox y Rubinstein), o por su modelo compartido con Cox e Ingersoll sobre el comportamiento dinámico y aleatorio (estocástico) de los tipos de interés. Todas estas contribuciones le valieron el prestigioso **Graham & Dodd Prize**.

En su modelo APT Ross extiende parcialmente el modelo de Sharpe, pues, aunque no llega a ningún tipo de equilibrio, el papel del mercado es sustituido por otros factores económicos (inflación no anticipada, precio del petróleo, paridad en tipos de cambio, etc). Así, el riesgo, que sigue medido por la desviación típica, se descompone en el que es causado por cada uno de los factores más el específico. Esto permite diversificar el riesgo de las carteras de acuerdo a los “factores explicativos de la economía”.

Toda la Teoría anterior sobre el Riesgo, medido por la desviación típica, ha sido extendida en los años posteriores, y sigue siendo extendida en nuestros días. Un concepto importante, alrededor del cual giran los avances más significativos, es el de Factor de Descuento Estocástico (*Stochastic Discount Factor*), que el lector interesado podrá encontrar en los modernos manuales avanzados de Economía Financiera que abordan el problema desde una perspectiva de profunda modelización matemática.

IV. LA APORTACIÓN DE LOS DERIVADOS EN VALORACIÓN DE ACTIVOS Y MEDICIÓN DE RIESGOS

En 1997 los profesores **ROBERT C. MERTON**, de la Universidad de Harvard, y **MYRON S. SCHOLES** de la Universidad de Stanford, fueron galardonados con el **Premio Nobel de Economía** por su trabajo en colaboración con **FISCHER BLACK**, quien había muerto dos años antes. Conjuntamente habían desarrollado una metodología pionera para la valoración de activos financieros derivados, que posteriormente se había mostrado como una herramienta extraordinariamente potente a la hora de abordar otros muchos problemas financieros, como por ejemplo la gestión de riesgos.

Los activos derivados, entre los que destacan los futuros financieros, que nos permiten fijar el precio de transacciones futuras, bien de activos financieros bien de mercancías, y las opciones, que nos permiten poner cotas a los precios de compras o ventas futuras, son



Fisher Black y Myron Scholes



Robert Merton



Louis Bachelier

instrumentos muy apropiados para la gestión de riesgos, ya que nos dan una oportunidad para adelantarnos a posibles evoluciones negativas de aquellos activos o bienes que vamos a comprar o vender más adelante. Pero su valoración era un tema muy complejo en la época de Black_Merton_Scholes que los tres autores anteriores resolvieron brillantemente mediante la utilización de una nueva y muy innovadora metodología: Ellos modelizaron el comportamiento dinámico de los precios mediante “Movimientos Brownianos”, y llegaron a una serie de ecuaciones nada fáciles de resolver. Una exposición detallada se encuentra en el artículo:

Black, F. y M Scholes, 1973. The pricing of options and corporate liabilities. The Journal of Political Economy 81, 637–654.

Justo es decir que **Louis Bachelier** ya había utilizado movimientos brownianos a comienzos del Siglo XX, pero entonces sus trabajos no tuvieron el eco que sin duda merecían. El conocimiento científico y matemático sobre estos movimientos no era lo suficientemente profundo en la época de Bachelier, y en aquel momento tampoco se tenía mucha confianza en la posibilidad de estudiar con rigor científico y académico el comportamiento de los mercados de capitales.

Una de las consecuencias importantes del análisis de Black_Merton_Scholes es que el **riesgo** de una cartera de derivados **se debe medir** por las **sensibilidades** de su precio, y no por la desviación típica de su rentabilidad. Estas sensibilidades nos dicen cuánto va a variar el valor de nuestro patrimonio o cartera por unidad de cambio en las cotizaciones de mercado, es decir, cómo va a variar nuestra riqueza si el mercado “sube o baja un euro”. Así, las medidas de riesgo importantes son ahora la **delta** (sensibilidad de nuestra riqueza frente a cambios en el precio del activo subyacente), la **gamma** (sensibilidad de la propia delta) y otras. Los gestores del riesgo deberán controlar el valor de estas medidas de riesgo, y mantenerlas tan cerca de cero como les sea posible, negociando adecuadamente los activos disponibles en los mercados de capitales.²

V. NECESIDAD DE OTROS ENFOQUES EN LA MEDICIÓN DE RIESGOS

De lo hasta ahora dicho se desprende que la forma de medir y gestionar el riesgo en los mercados de capitales depende críticamente del tipo de activos que se estén considerando, y que es difícil, en general, introducir una sola medida que sea válida, independientemente del tipo de instrumento analizado.

² Hacemos notar que las sensibilidades como medidas de riesgo financiero ya habían sido utilizadas para activos y carteras de renta fija (bonos) por Macaulay, Fisher y Weil, entre otros, aunque no entraremos en este tema por razones de brevedad.

Y también se puede argumentar que la forma de medir y gestionar el riesgo depende de la clase de riesgo que estudiemos. En general, en Economía Financiera se distinguen, fundamentalmente, tres tipos de riesgo: el **Riesgo de Mercado**, provocado por posibles evoluciones desfavorables de los precios, el **Riesgo de Crédito**, provocado por el incumplimiento de una de las partes (piénsese, por ejemplo, en la morosidad que debe afrontar un banco), y el **Riesgo Operacional**, cuyo origen está en los posibles errores o contingencias que puedan surgir durante la actividad inversora (robos o desfalcos de algún empleado, errores en la manipulación o transmisión de datos, etc).

Por otro lado, a lo largo del pasado siglo se produjeron algunos episodios de corrupción y otro tipo de crisis financieras, que provocaron falta de confianza en las instituciones por parte de los agentes económicos. Sólo a modo de ejemplo, el 26 de junio de 1974 el sistema de supervisión alemán forzó la liquidación del *Bank Herstatt*, uno de los bancos más importantes del país, lo que aceleró la creación del Comité de Basilea para la Supervisión Bancaria por parte del entonces grupo G-10 (Bélgica, Canadá, Francia, Alemania, Italia, Japón, Holanda, Suecia, Suiza, Reino Unido y Estados Unidos). Éste promulgó en 1988 un conjunto mínimo de reglas para estimar los **requerimientos de capital** exigibles a los bancos. En 1993 la Unión Europea, que acababa de constituirse desde la antigua Comunidad Económica Europea, integró varios sistemas de cálculo de requerimientos de capital, y este proceso se ha seguido desarrollando de forma progresiva hasta culminar en la promulgación de las recientes “Basilea II” y “Solvencia II”, de las que luego hablaremos brevemente.

Los **Requerimientos de Capital** parecen ser una buena alternativa a los métodos de medición de riesgo hasta ahora presentados (dispersiones y sensibilidades). En efecto, **miden el riesgo en términos monetarios**, lo que es una gran novedad, y, además, una entidad (o una cartera de valores) que refleje un alto nivel de riesgo deberá aportar altas reservas iniciales (requerimientos de capital), mientras que esas reservas serán bajas ante posiciones de menos riesgo. Así, esta nueva forma de medir parece resolver los dos problemas citados al comienzo de esta sección: por un lado, puede ser aplicable a cualquier tipo de inversión

y de riesgo, y por otro, permite a reguladores y supervisores mantener el control de gestores y entidades mediante la aplicación de normas legales escritas, lo que “defiende” al inversor no cualificado y al sistema en general, incrementando la confianza en el mismo.

Una pregunta que aparece de forma natural es cómo podemos fijar el sistema del cálculo de riesgo, es decir, del cálculo de las reservas. La primera respuesta nos la da el popular **VaR** (*Value at Risk* o Valor en Riesgo). El VaR no es más que un percentil, una vez que se ha fijado el nivel de confianza, y representa la mínima pérdida posible al nivel de confianza dado.

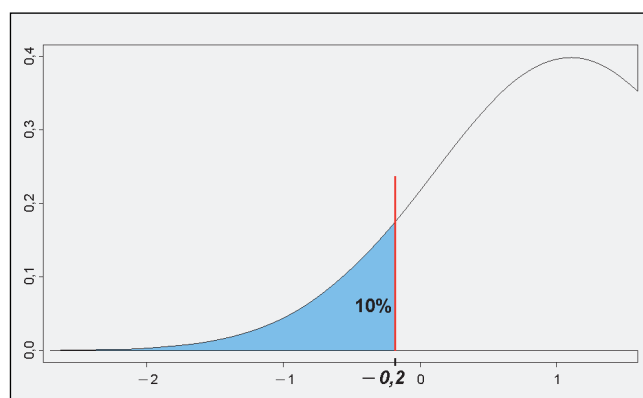


Figura III

Así, en la Figura III, si la campana Gauss refleja los posibles valores finales de una inversión en millones de Euros, el VaR al 10% será de 0,2 millones de Euros. Mediante una dotación inicial de 0,2 millones garantizamos que, “salvo la mala suerte de caer en uno de los 10% peores casos”, al final el gestor tendrá capacidad de afrontar sus responsabilidades financieras. En general, los niveles de confianza suelen ser menores que el 10%, siendo 5%, 3% y 1% los casos más utilizados.

El cálculo del VaR en la práctica es sencillo si se supone normalidad en la distribución de los resultados. De hecho, en el mundo del seguro, sin hablar de VaR, éste se ha estado estimando durante numerosas décadas a través de lo que se ha llamado la **Teoría del Riesgo Individual**.³ En todo caso, al final de la década de los 80 JP Morgan desarrolló un sistema completo

³ Y también la Medida del Riesgo de Roy, citada en la sección tercera, está muy estrechamente relacionada con el VaR.

para el cálculo del VaR total de una firma, incorporando los distintos tipos de riesgo de la misma, y las distintas posiciones que se mantenían abiertas.

Pero el VaR no es la solución final al problema de medir el riesgo financiero. En primer lugar, si no hay normalidad en las distribuciones ya no es tan fácil de calcular. Y la normalidad no es nada frecuente en la realidad. En efecto, la evidencia empírica pone de manifiesto que la existencia de **asimetría** y **curtosis** en los rendimientos de los activos es cada vez más frecuente, y estos efectos se ven muy seriamente acentuados cuando tratamos problemas relacionados con riesgo de crédito y, sobre todo, con riesgo operacional. Además, en ausencia de normalidad el VaR, junto a las dificultades de cálculo efectivo, presenta otras de muchísimo más calado económico, que lo hacen muy criticable y vulnerable como instrumento del cálculo de las reservas iniciales. En efecto, el VaR, al igual que la desviación típica, deja de ser compatible con las funciones de utilidad habituales en presencia de no-normalidad,⁴ lo que invalida uno de los resultados más importantes de Markowitz cuando justificó su forma de medición de riesgos. Sólo en caso de normalidad el VaR es una herramienta con buenas propiedades teóricas y de cálculo, pero entonces se ha demostrado que es equivalente a la desviación típica, es decir, a igualdad de valores esperados, a más VaR más desviación y viceversa. Por tanto, incluso en un mundo Gaussiano el VaR no proporciona mucha más información que la medida que ya introdujo Markowitz, aunque, eso sí, mide el riesgo en términos monetarios.

VI. UNA SÍNTESIS DE LOS MÉTODOS MÁS RECIENTES

La realidad actual del mundo financiero, de sus mercados y de sus instituciones, es compleja y muy dinámica, estando sometida a permanentes evoluciones. Esto hace que los métodos de medición, gestión y supervisión de riesgos tengan que ser cada vez más sofisticados, dinámicos y flexibles.

El conjunto de normas legales para la Unión Europea, bautizado como “**Basilea II**”, fue promulgado el 26 de junio de 2004, tras un largo y no

exento de dificultades “proceso de negociación”, que comenzó en 1998 y que involucró a los Gobernadores de Bancos Centrales Europeos y a los Jefes de los Organismos de Supervisión, así como a los Agentes Implicados (fundamentalmente de la industria financiera). A modo de gran resumen, podríamos decir que Basilea II se apoya en **tres pilares** fundamentales: La **Exigencia de un Capital Mínimo**, que extiende Basilea I e incorpora también el capital por riesgo operacional, la **Revisión de la Labor Supervisora**, que posibilita el diálogo entre supervisor y entidad supervisada, y le da la opción a esta última de diseñar de forma más eficaz y competitiva el método de cálculo de los requerimientos de capital, y la **Transparencia en la Información** que la compañía debe suministrar al mercado para que éste ejerza su disciplina. En este sentido, Basilea II es un avance muy importante para garantizar la estabilidad del Sistema Financiero, y permite una gestión del riesgo que, además de incrementar la confianza global en el sistema, fomenta la competitividad e incorpora la flexibilidad, el dinamismo y la capacidad de adaptación necesarios en nuestros tiempos. Basilea II tiene “su semejante para el mundo del seguro”, que se llamará **Solvencia II**, y que se espera promulgar finalmente en 2009, por lo que el sector deberá comenzar a aplicarlo hacia 2010.

Pero no sólo el marco legislativo y de supervisión debe adaptarse a los tiempos. También la Teoría Financiera, y por ende la Gestión del Riesgo, deben evolucionar para ser más eficaces y estar más acorde con el mundo actual. En la sección anterior hablábamos de la importancia de las medidas de riesgo basadas en requerimientos de capital, por cuanto miden el riesgo en términos monetarios. Pero hacíamos hincapié en las deficiencias del VaR como medida, especialmente en un mundo cada vez menos Gaussiano, caracterizado por fuerte asimetría y curtosis.

La Literatura Financiera de los últimos ocho o diez años ha introducido nuevas medidas de riesgo, todas ellas relacionadas con los requerimientos iniciales de capital, esos que el VaR puede infravalorar o sobreestimar. Así, han aparecido las llamadas **Dispersiones Generalizadas, Medidas Coherentes del Riesgo**,

⁴ En lenguaje económico se suele decir que el VaR no es compatible con la Dominancia Estocástica de Segundo Orden.

Medidas Consistentes del Riesgo, Medidas Acotadas por la Esperanza, Medidas Dinámicas, Medidas Vectoriales, etc. Algunos ejemplos concretos son el CVaR (*Conditional Value at Risk* o Valor en Riesgo Condicional), el ES (*Expected Shortfall*, o Déficit Esperado), La Medida de Wang, el WCE (*Worst Conditional Expectation* o Peor Esperanza Condicional) la DPT (*Dual Power Transform*), etc. Cada tipo de medida de riesgo en general, y cada medida de riesgo en particular, pretende resolver tipos de situaciones que en la práctica financiera y/o actuarial se pueden presentar.⁵ Es un problema abierto, que probablemente tendrá una solución compleja, el saber qué medida es la mejor a aplicar en cada caso. Aquí, la competencia entre entidades, tratando de abaratar la gestión de riesgos, que se encarece sensiblemente por el coste de oportunidad que supone la dotación de reservas iniciales de capital cuantiosas, así como una eficaz labor de supervisión, tienen sin duda una oportunidad para acompañar a la investigación teórica en la búsqueda de nuevos métodos de medición, control y gestión.

El lector interesado puede ampliar la información sobre estos temas en libros y revistas especializadas, si bien la cuestión ha despertado tanto interés entre teóricos y usuarios que hay un portal de Internet totalmente destinado a temas de medición y gestión de riesgos. Éste es <http://www.gloriamundi.org>, y en él se puede encontrar la información más actual sobre los temas aquí tratados, tanto desde el punto de vista teórico como desde el más aplicado de los posibles.

VII. CONCLUSIONES

La Economía Financiera se ha hecho cada vez más compleja, y muchos de los problemas que analiza necesitan más y más del rigor y tratamiento matemá-

ticos. La segunda mitad del siglo XX se ha caracterizado por la aplicación de métodos matemáticos en muchos problemas de tipo financiero. Entre ellos, podemos destacar la valoración de activos, la cobertura de carteras, la selección de inversiones, la medición de riesgos, la gestión de riesgos, etc.

Todos estos problemas han requerido del uso de herramientas matemáticas complejas, pertenecientes a muchas de las distintas áreas de la matemática. Así por ejemplo, se han utilizado conceptos y métodos del Álgebra, del Análisis Matemático y del Funcional, de las Teorías de la Medida y de la Probabilidad, de los Procesos Estocásticos, de las Ecuaciones en Derivadas Parciales, de los Métodos Numéricos y de Simulación, de la Programación Matemática o la Investigación Operativa, etc.

En esta breve presentación hemos tratado de resumir casi cincuenta años de aplicación de las matemáticas en finanzas, pero, lógicamente, nos hemos dejados muchísimas cosas en el tintero. Hemos hecho especial hincapié en la medición de riesgos, por ser un tema de casi rabiosa actualidad, pero también hemos hecho pequeñas incursiones en aspectos muy íntimamente relacionados, como la valoración de activos o la selección de inversiones.

Esperamos haber dado una pequeña panorámica capaz de generar en el lector interesado el suficiente estímulo como para sentir la tentación de iniciarse en un campo, el de la Matemática Financiera (y también Actuarial, para el mundo del seguro), cuyo futuro es más que prometedor. Toda una aventura para jóvenes estudiosos que quieran conocer un mundo que les promete notables retos, tanto si acaban abordándolo profesionalmente, como si lo hacen desde el punto de vista de la investigación teórica.

⁵ Se pueden considerar muchos tipos de problemas, y no sólo la Gestión del Riesgo. Por ejemplo, problemas de Valoración de Activos, de Cobertura Óptima, de Selección de Inversiones, etc, se han tratado con Medias Generales de Riesgo.