Rev.R.Acad.Cienc.Exact.Fís.Nat. (Esp)
Vol. 103, Nº. 2, pp 269-278, 2009
X Programa de Promoción de la Cultura Científica y Tecnológica

EL ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT: UN ENIGMA ENTRE CÁLCULO E IDEAS DESDE 1630 A 1994

MANUEL LÓPEZ PELLICER *

* Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Valverde 22, 28004 Madrid.

1. EL ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT EN EL SIGLO XVIII

Alrededor de 1630 Fermat estudió la *Aritmética* de Diofanto, en una traducción latina de Claude Bachet (1581-1638), publicada en 1621. El problema ocho del libro II de la *Aritmética* propone descomponer un número al cuadrado en suma de dos números al cuadrado y Fermat anotó en el margen la imposibilidad de hacer algo similar para los cubos, las cuartas potencias, o cualquier potencia más alta, afirmando tener una prueba notable de este hecho que no podía escribir en los márgenes estrechos del libro (*Hanc marginis exiguitas non caperet*).

Figura 1. Pierre de Fermat (1601-1665).

Fermat escribía constantemente en sus libros resultados de este tipo sin demostración, que enviaba a sus amigos matemáticos informándoles de sus nuevos resultados y animándoles a encontrar las demostraciones. No se ha conservado ninguna carta donde Fermat comente este problema, que luego se convirtió en el *Último Teorema de Fermat*, fuera del legendario comentario marginal, lo que parece indicar que el problema no tenía ningún estatus especial para Fermat en comparación con los muchos otros que se le ocurrieron en sus lecturas de Diofanto y de otros clásicos. En varias de sus cartas propuso los casos $n = 3$ y $n = 4$ del teorema, que fue acuñado como "*Último Teorema de Fermat*" muchos años después por ser la última de las conjeturas aritméticas formuladas por Fermat que seguía sin resolverse.

Bastantes de las conjeturas matemáticas propuestas por Fermat resultaron ser falsas. Por ejemplo, creyó que los números enteros de la forma $2^{2^n} + 1$ serían primos. En 1732 Euler mostró que para $n = 5$, el correspondiente número no es primo, pues $2^{32} + 1$ es múltiplo de 641.

Muchos resultados y conjeturas de Fermat nos han llegado gracias a su hijo Samuel, quien en 1670 publicó una edición de la traducción de Bachet de la *Aritmética* de Diofanto, incluyendo comentarios y cartas de su padre. Por esta versión no se ha perdido lo que llegaría a ser el *Último Teorema de Fermat* y otras muchas ideas. La única demostración que Fermat publicó en teoría de números es que no existen tres números enteros *x*, y, *z* que satisfagan la fórmula

$$x^2 + y^2 = z^2$$

Figura 2. Aritmética de Diofanto de Alejandría (aprox. 200-284).

de manera que

$$\frac{xy}{2}$$

sea el cuadrado de un número entero. Fermat creó en esta prueba el método del descenso infinito, que puede utilizarse para demostrar el teorema de Fermat en el caso $n=4$.

Pasó casi un siglo desde la publicación por Samuel Fermat de la edición de la Aritmética de Diofanto en 1670 hasta que los matemáticos comenzaron a interesarse y resolver algunos de los problemas propuestos por Fermat. Nadie se preocupó del *Último Teorema de Fermat* hasta 1753, año en que Euler leyó la edición de Samuel Fermat, se impresionó por las ideas que encontró y resolvió algunos de los problemas allí propuestos. Ese año Euler mencionó a Goldbach el *Último Teorema de Fermat* y le dijo que tenía demostraciones muy diferentes para los casos $n=3$ y $n=4$, pero que eran tan distintas que no sabía cómo obtener una demostración general, y que no había encontrado la demostración para el caso $n=5$. La demostración del *Último Teorema de Fermat* en el caso $n=4$ es importante, pues reduce la demostración del *Último Teorema de Fermat* al caso de exponentes primos. También conjeturó que de la misma forma que las ecuaciones $a^2+b^2=c^2$ y $a^3+b^3+c^3=d^3$ tienen soluciones enteras debería suceder que la ecuación $a^4+b^4+c^4+d^4=e^4$ también tuviese soluciones enteras, siendo imposible que la ecuación $a^4+b^4+c^4=e^4$ tuviese soluciones enteras, lo que resultó ser falso, ya que Noam Elkis demostró en 1988 que

$$2682440^4+15365639^4+18796760^4=20615673^4$$

Dos años más tarde, Euler señaló que sus esfuerzos para demostrar la nota marginal de Fermat no habían dado fruto. En 1770 Euler publicó un texto de álgebra que contiene una demostración del caso $n=3$ del *Último Teorema de Fermat* con un error no trivial. Ese mismo año 1770, Joseph Louis Lagrange (1736-1813), matemático muy prominente con contribuciones importantes en muchos campos de física y matemáticas, incluyendo la teoría de números, demostró que cualquier número entero se puede

Figura 3. Leonhard Euler (1707-1783).

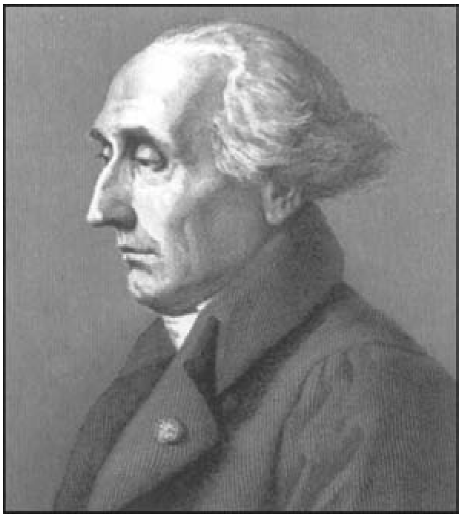


Figura 4. Joseph Louis Lagrange (1736-1813).

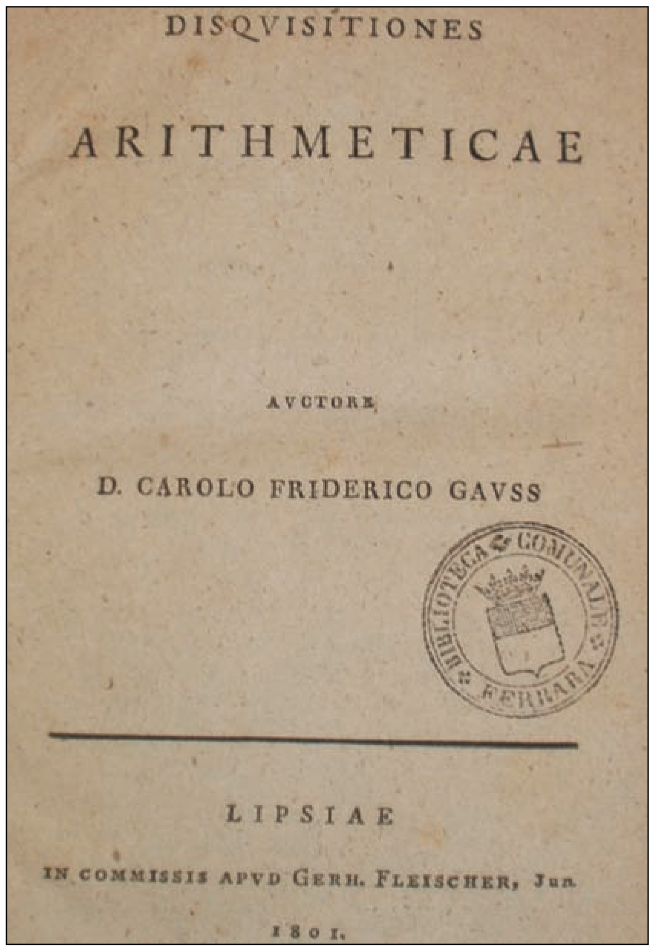
Figura 5. Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855).

escribir como la suma de no más de cuatro números cuadrados, problema propuesto por Fermat, que Euler también intentó resolver sin éxito.

2. EL ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT EN EL SIGLO XIX

En 1801 Gauss publicó su monumental obra *Disquisitiones Arithmeticae*, donde presentó de forma sistemática muchos resultados de Teoría de Números que hasta entonces eran una colección de problemas y técnicas. Uno de los temas principales de *Disquisitiones* es el problema de la "*reciprocidad cuadrática*", sobre el que publicó siete demostraciones diferentes, buscando resolver el problema de la "*reciprocidad superior para potencias n-ésimas*", que él mismo lo resolvió en los casos $n = 3$ y $n = 4$.

Su trabajo en el problema de la reciprocidad cuadrática le llevó a la introducción y estudio del anillo de los "*enteros gaussianos*", que son números complejos con parte real e imaginaria entera. Gauss popularizó así una idea introducida por Euler consistente en obtener información sobre números enteros por medio de dominios que incluyan ciertos números complejos. Gauss, en una carta de 1816 a su amigo Heinrich Olbers (1758-1840), célebre astrónomo alemán, manifestó su opinión de que el desarrollo correcto de su teoría de enteros gaussianos y sus posibles generalizaciones conduciría a descubri-



DISQVISITIONES

ARITHMETICAE

AVCTORE

D. CAROLO FRIDERICO GAVSS

LIPSIAE

IN COMMISSIS APVD GERH. FLEISCHER, Jun.

1801.

Figura 6. Disquisitiones arithmeticae (1801).

Figura 7. Marie-Sophie Germain (1776-1831).

mientos importantes, entre los cuales el *Último Teorema de Fermat aparecería solamente como un corolario, y de hecho uno de los menos interesantes*. En esa carta señala también "*que el Último Teorema de Fermat, como pregunta aislada, tiene un interés muy reducido para mí, porque podría fácilmente imaginar muchas proposiciones matemáticas de ese tipo, que uno no podría ni demostrar ni refutar.*"

A pesar de la afirmación anterior, en una carta publicada póstumamente en 1863, Gauss esbozó una prueba del *Último Teorema de Fermat* para $n = 5$, indicando que su método no era aplicable para $n = 7$. Tal vez la conexión de Gauss con este teorema se produjo a través de Marie–Sophie Germain, quien en su correspondencia con Gauss le mencionó sus ideas relativas al *Último Teorema de Fermat*. A Germain le debemos una contribución importante a la solución del *Último Teorema de Fermat*, pues demostró que "*si n y* $2n+1$ *son dos números primos (como 3 y 7), y si tres números enteros x, y, z verifican que* $x^n + y^n = z^n$, *entonces uno de los tres números x, y, z es múltiplo de n*". Una consecuencia de este teorema es que la prueba del *Último Teorema de Fermat* se puede dividir en dos casos separados:

- Que para $n \geq 3$ no existen tres enteros *x, y, z* que verifiquen la ecuación $x^n + y^n = z^n$ y que ninguno de ellos sea múltiplo de *n*.
- Que para $n \geq 3$ no existen tres enteros *x, y, z* que verifiquen la ecuación $x^n + y^n = z^n$ y tales que sólo uno de esos números enteros sea múltiplo de *n*.

Germain probó el *Último Teorema de Fermat* en el caso primero para toda potencia *n* menor que 100, y Legendre amplió su prueba a toda potencia *n* menor de 197. El caso segundo resultó más difícil. En 1825 se demostró para $n = 5$ en dos trabajos complementarios de Legendre y Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859).

El que después de doscientos años desde que Fermat escribió su observación en el margen de la Aritmética de Diofanto aún no se tuviese su demostración aumentó el interés por el *Último Teorema de Fermat*. A principios de los años 1820 la Academia Francesa de París convocó uno de sus premios a quien encontrara la demostración del *Último Teorema de Fermat*, ofreciendo por su demostración el Gran Premio de la Academia en 1857.

El caso $n = 7$ fue demostrado en 1839 por Gabriel Lamé (1795-1870), con una prueba compleja, en la que desarrolló una nueva técnica dedicada específicamente a resolver el *Último Teorema de Fermat*.

En 1847 Lamé presentó ante un grupo de eminentes matemáticos reunidos en la Academia de París una posible vía para resolver el *Último Teorema de Fermat*, combinando el método del descenso infinito

Figura 8. Gabriel Lamé (1795-1870).

con una factorización de Liouville del tipo $x^n + y^n = (x+y)(x+ry)\ldots(x+r^{n-1}y)$ donde n es un número natural impar y r es una de las raíces n-ésimas de la unidad. Lamé creyó haber resuelto el problema, si bien se discutió quien había sido el primero en introducir la idea decisiva de la prueba, así como la unicidad de la factorización.

Meses más tarde, Liouville leyó en la Academia de París una carta de Kummer comentando que desde 1844 sabía que la factorización utilizada por Lamé no era única, como este suponía implícitamente, lo que invalidaba su prueba. Kummer indicó que la demostración del *Último Teorema de Fermat* le había ocupado bastante tiempo, si bien pensaba que este teorema era una curiosidad y que no era un tema importante. Kummer, igual que Gauss, pensaba que el problema de reciprocidad superior era el tema principal de investigación en teoría de números. Precisamente después de realizar largos y complejos cálculos con dominios de números que generalizaban a los enteros gaussianos, Kummer entendió que la referida factorización única podría fallar y publicó muchos trabajos importantes sobre el problema de la reciprocidad superior, siguiendo los pasos de Carl Gustav Jacobi (1804-1851).

Figura 9. Ernst Eduard Kummer (1810-1893).

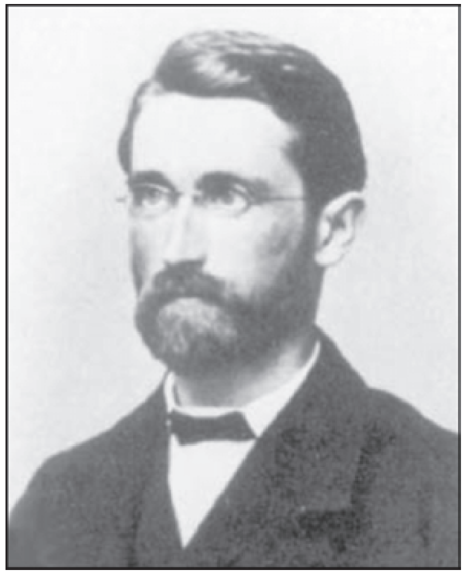


Figura 10. Julius Wilhelm Richard Dedekind (1831-1916).

Kummer también informó en su carta de 1847 que para obtener factorización única había desarrollado una teoría de *números complejos ideales* que aplicó al *Último Teorema de Fermat* y le llevó a identificar los llamados números primos regulares, de los que aún no se sabe si su cardinal es infinito, si bien en los intervalos estudiados hasta ahora predominan los números primos regulares sobre los que no lo son, que también se llaman números primos irregulares[1]. En 1858 probó su validez para los exponentes primos regulares y recibió el Gran Premio de la Academia de París. Más adelante, Kummer probó que los números primos no regulares menores que 100 son 37, 59 y 67. Para estos números obtuvo demostraciones independientes del *Último Teorema de Fermat*, de lo que se deducía su validez para exponentes enteros menores que 100.

Sólo unos pocos matemáticos siguieron el camino introducido por Kummer para demostrar el *Último Teorema de Fermat*, consistente en buscar los números primos no regulares y para estos números probar dicho teorema, lo que no significa que las ideas de Kummer no tuvieran resonancia, ya que fueron el punto de partida del desarrollo de teorías matemáticas de enorme importancia, que, en principio, parecían no tener relación con el *Último Teorema de Fermat*. En efecto, Richard Dedekind (1831-1916) y Leopold

[1] En 1915, Jensen probó la existencia de infinitos números primos irregulares.

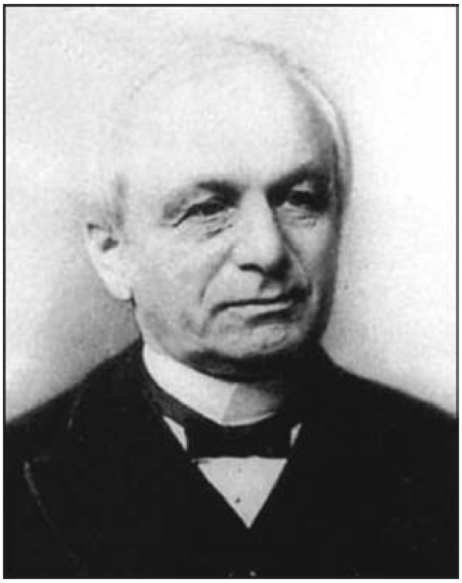


Figura 11. Leopold Kronecker (1823-1891).

Kronecker (1823-1891), sistematizaron las ideas de Kummer sobre números complejos ideales lo que les llevó a la teoría de los cuerpos de números algebraicos, que dio lugar al álgebra conmutativa, de gran impacto en las matemáticas del siglo XX. Por eso Hilbert sugirió en su discurso de 1900 que el Último Teorema de Fermat había tenido un papel crucial en la historia de las matemáticas, pues los esfuerzos de Kummer relacionados con este problema le llevaron a elaborar ideas centrales de la teoría de números y del álgebra conmutativa modernas, si bien el teorema de la reciprocidad superior fue la principal motivación que condujo a Kummer a la introducción de su teoría de números primos ideales.

Los enfoques de Dedekind y Kronecker fueron opuestos en un cierto sentido. Kronecker representó un enfoque más algorítmico, en tanto que Dedekind fue el representante más puro del enfoque conceptual, pues en la teoría de Kronecker el énfasis está en los cálculos específicos realizados en casos individuales de los sistemas numéricos a investigar, en tanto que Dedekind enfocó su trabajo a encontrar la formulación abstracta adecuada para poder deducir resultados generales, evitando, donde sea posible, los cálculos o el análisis de casos específicos.

El énfasis conceptual o estructural del trabajo de Dedekind se convirtió a lo largo del siglo XX en el dominante en la Teoría de Números frente al desarrollo algorítmico de Kronecker, debido también a la influencia enorme de la obra *Zahlbericht* de David Hilbert, que se publicó en 1896, conteniendo una brillante exposición de las ideas de Kummer, Kronecker y de Dedekind, dando preferencia al enfoque de este último. Hilbert declaró explícitamente que había hecho todo el esfuerzo posible para seguir el principio de Riemann de obtener las demostraciones no por cálculos, sino más bien por ideas puras.

Hilbert, además de resumir el trabajo de sus predecesores, agregó muchos resultados y técnicas, abriendo de hecho nuevos campos para la investigación que muchos seguirían en las décadas siguientes. El papel de *Zahlbericht* a fines del siglo XIX en teoría números fue muy similar al de *Disquisitiones Arithmeticae* cien años antes, siendo el centro de ambos libros el problema de la reciprocidad, en tanto que el *Último Teorema de Fermat* recibió una atención mínima, que Hilbert redujo a cinco páginas en la última sección de su libro, donde presenta una demostración del *Último Teorema de Fermat* para primos regulares basada en un artículo suyo de 1894, donde había corregido un error de Kummer. Esta prueba de Hilbert, como gran parte del Zahlbericht, reformulaba las ideas de Kummer en términos de los conceptos y técnicas introducidos por Dedekind en su teoría de campos de números algébricos.

Figura 12. David Hilbert (1862-1943) (Foto de 1900).

3. EL ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT EN LA PRIMERA MITAD DEL SIGLO XX

En 1882 Ferdinand Lindemann (1852-1939) demostró la trascendencia del número π. Después de este importante trabajo no volvió a publicar nada más de nivel elevado. A principios de siglo intentó probar el *Último Teorema de Fermat*, sobre el que publicó cuatro intentos fallidos entre 1901 y 1909.

El premio establecido por Wolfskehl en 1908 para la resolución del *Último Teorema de Fermat* impulsó a cientos de aficionados a enviar a Göttingen sus supuestas respuestas, que no tenían contribuciones matemáticas significativas. También probaron sus fuerzas matemáticos destacados, como Erich Hecke (1887-1947), Philip Furtwángler (1869-1940) y Félix Bernstein (1878-1956), cuyos trabajos fueron comunicados por el mismo Hilbert a la Academia de Ciencias de Góttingen en 1910. Furtwángler en un nota de pie de página señaló que el estado actual de su investigación no lo satisfacía plenamente, pero había decidido publicar sus resultados por el interés en el problema motivado por el anuncio del premio.

Tres matemáticos con contribuciones significativas al *Último Teorema de Fermat* fueron Dimitry Mirimanoff (1861-1945), Arthur Wieferich (1884-1954) y Harry Schutz Vandiver (1882-1973). Mirimanoff publicó unos 60 artículos en Teoría de Conjuntos, Probabilidades y Teoría de Números, de los que doce se relacionan con el *Último Teorema de Fermat*, con contribuciones relevantes en la mitad de estos artículos. En uno de ellos de 1904, Mirimanoff indicaba con cierto asombro que algunos de los criterios importantes que Kummer había desarrollado para probar *Último Teorema de Fermat* hubieran recibido tan poca atención y que no se hubiesen apreciado debidamente. Wieferich publicó tan solo nueve artículos, de los que cuatro pueden considerarse de importancia, estando uno de ellos dedicado al *Último Teorema de Fermat*; fue publicado en 1909.

Vandiver es un caso singular y tal vez el último representante del enfoque algorítmico. Vandiver siguió siempre su propio rumbo original, tal vez debido a que nunca completó estudios secundarios y lo poco que estudió a nivel universitario lo hizo de manera esporádica y poco sistemática. En 1900 comenzó a publicar trabajos de investigación originales en varias revistas, algunos de ellos en colaboración con George David Birkhoff (1884-1944), entonces el matemático más influyente en Estados Unidos y que le consiguió un puesto de trabajo en la Universidad de Cornell en 1919. Más adelante Vandiver se trasladó a la Universidad de Tejas, donde obtuvo una posición permanente y trabajó muchos años. A pesar de que sus investigaciones fueron siempre en álgebra y teoría de números, era miembro del Departamento de Matemáticas Aplicadas de dicha universidad, tal vez por sus diferencias profesionales y personales con Robert Lee Moore (1882-1974). Desde 1924, Vandiver publicó muchos artículos sobre el *Último Teorema de Fermat*, convirtiéndose en el gran experto norteamericano en este teorema, y tal vez el mayor experto en el mundo, dedicando gran parte de su vida profesional a este teorema, siendo probablemente el matemático de la primera mitad del siglo XX que más tiempo le dedicó. Uno de sus trabajos más importantes, publicado en 1929, le valió el premio Cole de la American Mathematical Society, otorgado a trabajos excepcionales en Teoría de Números.

Con largos y pesados cálculos, Vandiver y sus colaboradores identificaron nuevos números primos no regulares. Con una sofisticada calculadora de mesa probó en 1937 la validez del *Último Teorema de Fermat* para los exponentes primos menores que 619, incluyendo 36 casos de primos irregulares.

En 1954, en colaboración con la pareja Emma y Derrick Lehmer de Berkeley y con la ayuda por primera vez de una computadora electrónica, probaron que casi la mitad de los números primos menores que 2500 no son regulares y que el *Último Teorema de Fermat* es válido para exponentes menores o iguales que 2500. Este método de trabajo sigue estando activo en la actualidad, tanto en Teoría de Números como en otras partes de la Matemática, con desarrollos espectaculares debidos a la potencia de cálculo de los ordenadores actuales, que en Teoría de Números han llevado a demostrar el *Último Teorema de Fermat* hasta exponentes del orden de mil millones.

No obstante, las máquinas no pueden dar lo que el genio humano deseaba: probar el *Último Teorema de Fermat* para todos los exponentes. En el próximo apartado veremos la solución de Wiles, comunicada en 1993, corregida con la ayuda de Taylor en ocho meses adicionales de trabajo y publicada en 1995

4. EL ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT EN LA SEGUNDA MITAD DEL SIGLO XX: PRUEBA DE WILES

Alrededor de los años 1950 comenzó una transición de los métodos clásicos de la teoría de números hacia nuevos métodos que permitieron su desarrollo posterior. El libro de A. Weil, *Foundations of Algebraic Geometry*, de 1946, y la teoría de esquemas de Grothendieck favorecieron enfoques mucho más conceptuales, siendo dos de las nociones más influyentes la creación de Grothendieck de la topología de esquemas y de las cohomologías l-ádicas asociadas. De la gran labor realizada por Grothendieck y su escuela es especialmente notable la demostración de las conjeturas de Weil. La prueba de la racionalidad de las funciones zeta, su ecuación funcional y su relación con los números de Betti se debe al propio Grothendieck. La localización de ceros y polos (es decir la hipótesis de Riemann en este contexto) se debe a Deligne en 1974, por lo que recibió la Medalla Fields en 1978.

En la sesión de problemas de un simposio internacional sobre teoría algebraica de números celebrado en Tokyo-Nikko en 1955, un joven matemático llamado

Figura 13. Alexander Grothendieck (1928-).

Figura 14. Yutaka Taniyama (1927-1958).

Taniyama propuso averiguar si las curvas elípticas definidas sobre un cuerpo de números son parametrizables mediante funciones automorfas, lo que podría ser un camino para probar la conjetura de Hasse-Weil. Shimura en 1964 y Weil en 1967 delimitaron la pregunta de Taniyama a curvas elípticas definidas sobre el cuerpo racional preguntando si serían parametrizables mediante funciones modulares. Así nació la conjetura de modularidad de Shimura-Taniyama-Weil que, en principio, proporcionaba un camino para probar la

Figura 15. Goro Shimura (1930-).

Figura 16. André Weil (1906-1998).

conjetura de Hasse-Weil, pero después de los resultados de Gunther Frey (1986), de la *conjetura de modularidad* de Jean-Pierre Serre (1987) y de su demostración por Kenneth Ribet en 1990 de un caso particular, conocido como *conjetura epsilon*, quedó claro que la demostración de la conjetura de modularidad de Shimura-Taniyama-Weil para las curvas elípticas semiestables implicaba el teorema de Fermat.

Lo que Frey observó en 1986 fue que si la terna de enteros (a, b, c) fuese una hipotética solución entera de la ecuación de Fermat $x^p + y^p = z^p$ para un exponente primo $p \geq 5$ entonces la curva elíptica definida sobre Q

$$y^2 = x\left(x - a^p\right)\left(x + b^p\right)$$

parecía contradecir la conjetura Shimura-Taniyama-Weil, lo que efectivamente se demostró como consecuencia de los resultados de Serre y Ribet, que permitieron probar que si tal solución (a, b, c) existiese entonces la curva de Frey $y^2 = x\left(x - a^p\right)\left(x + b^p\right)$ no sería modular.

Tras ocho años de muy intenso trabajo, Wiles presentó su demostración del Último Teorema de Fermat en su famosa conferencia en Cambridge en 1993, pero se encontró un error que obligó a Wiles a dedicar otros ocho meses antes de poder lograr, en colaboración con Richard Taylor, la conclusión final de su prueba.

El interés de Wiles por el *Último Teorema de Fermat* empezó su niñez al haber leído el libro de E.T. Bell, *El último problema*, dedicado a la popularización del entonces no demostrado teorema de Fermat, lo que le impulsó a seguir una carrera profesional como matemático con la esperanza de llegar él mismo a resolverlo. Ya licenciado, Wiles creyó que los métodos existentes para resolver el *Último Teorema de Fermat* estaban agotados, lo que hacía incompatible buscar su solución y desarrollar su carrera matemática. Wiles hizo una carrera matemática distinguida trabajando en otros campos, siendo uno de ellos la teoría de las curvas elípticas. Fue en 1986 cuando Wiles decidió dedicarse de lleno a obtener la demostración del *Último Teorema de Fermat*, después de conocer el trabajo de Frey sobre la curva $y^2 = x\left(x - a^p\right)\left(x + b^p\right)$. El trabajo de Wiles estuvo orientado a probar la conjetura de Shimura-Taniyama-Weil para las curvas elípticas semiestables.

Además, esta conjetura terminó en teorema gracias al impresionante trabajo de Wiles (1995), Taylor-Wiles (1995), Diamond (1996), Conrad-Diamond-Taylor (1998) y Breuil-Conrad-Diamond-Taylor (1999). Con ello no sólo quedó probado el teorema de Fermat sino que, además, se dio un paso para resolver uno de los siete Problemas del Milenio propuestos por el Instituto Clay de Matemáticas, la conjetura BSD, que tras experiencias numéricas realizadas en curvas con multipli-

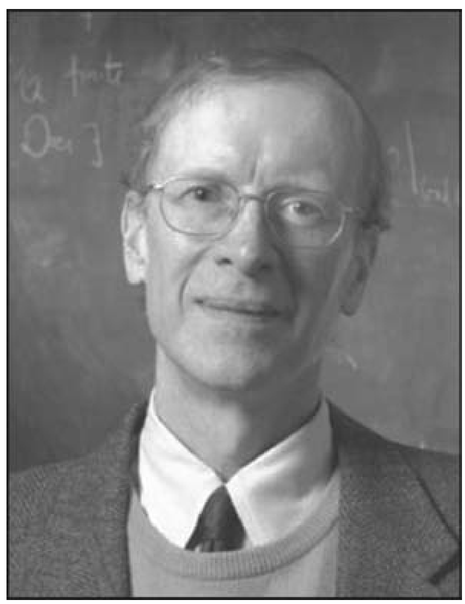


Figura 17. Andrew John Wiles (1953-).

Figura 18. Jean-Pierre Serre (1926-).

cación compleja entre los años 1963 y 1965, llevaron a Birch y Swinnerton-Dyer a conjeturar que el rango r de una curva elíptica E/Q coincidía con el orden en el punto s= 1 del cero de la función L(E/Q, s).

No estamos en el final de un camino, pues la propia conjetura de Shimura-Taniyama-Weil forma parte de una extensa familia de conjeturas conocidas como conjeturas de modularidad. Ya hemos indicado que lo que Ribet demostró en 1990 fue la llamada conjetura ε, que sólo es un caso muy particular de la conjetura de modularidad que formuló Serre en 1987. Actualmente, las técnicas de Wiles y sus múltiples ramificaciones se están utilizando para probar la conjetura de Serre en toda su generalidad.

6. CONCLUSIÓN

Fermat no pudo imaginar todo lo que se desarrolló alrededor de su nota en el margen del Álgebra de Diofanto durante más de 350 años con las aportaciones de muchos matemáticos que, la gran mayoría no tuvieron la proposición de Fermat en el centro de su investigación matemática. No obstante, las apariciones esporádicas del conocido como *Último Teorema de Fermat* en las investigaciones sobre Teoría de Números, catalizaron el desarrollo de grandes teorías, como sucedió con el trabajo de Kummer. El final del camino estuvo coronado por el gran trabajo de Wiles, merecedor de la admiración del mundo matemático.

BIBLIOGRAFÍA

1. Bayer Isant, P. *Antecedentes y evolución de la teoría de la multiplicación compleja*. Discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias de Madrid. Real Academia de Ciencias de Madrid (2010). ISBN: 978-84-87125-48-5. ISSN: 0214-9540.
2. Derbyshire, J. *Prime Obsession*. Joseph Henry Press, New York (2003).
3. Dieudonné, J. *Abrégé d'histoire des mathématiques 1700–1900*. Tomos I, II. Hermann, París (1978). ISBN: 2-7056-5870-X y 2-7056-5871-9.
4. Ribenboim, P. *Fermat's Last Theorem for Amateurs*. Springer, New York (1999).
5. Wiles, A. *Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem*. Ann. of Math. **141** (1995), 443-551.