Rev.R.Acad.Cienc.Exact.Fís.Nat. (Esp)
Vol. 104, Nº. 2, pp 415-425, 2010
XII Programa de Promoción de la Cultura Científica y Tecnológica

BERTRAND RUSSELL: CENTENARIO DE *PRINCIPIOS DE LAS MATEMÁTICAS*

MANUEL LÓPEZ PELLICER *

* Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Valverde 22, 28004 Madrid.

1. INTRODUCCIÓN

Bertrand Russell nació el 18 de mayo de 1872 en Trellech, Monmouthshire, Gales, y falleció el 2 de febrero de 1970 en Penrhyndeudraeth, Gales, a los 98 años. Sus padres fueron John Russell, Vizconde de Amberley, y Katherine Louisa Stanley, hija de Edward Stanley, Barón Stanley de Alderley. Una hermana de su madre, Rosalind, fue condesa de Carlisle.

Russell fue nieto de Lord John Russell, primer Conde de Russell, quien fue dos mandatos Primer Ministro a la Reina Victoria y ahijado del filósofo John Stuart Mill, quien nunca conoció a Russell, pero ejerció una profunda influencia en su pensamiento político a través de sus escritos. Por tanto Bertrand Russell perteneció a una familia aristocrática.

Los escritos de Bertrand Russell versan sobre los temas más variados, desde fundamentos de matemáticas y teoría de la relatividad al matrimonio, los derechos de las mujeres y el pacifismo. Hizo aportaciones en casi todas las áreas de la Filosofía, con contribuciones importantes en filosofía de las matemáticas, metafísica, epistemología, inferencia científica, ética y el problema mente-cuerpo.

Consiguió tener nombre señalado tanto entre los especialistas como entre las multitudes; tanto unos como los otros o le admiraban y seguían o le odiaban. Obtuvo muchos premios y distinciones, como el nombramiento de miembro de la Royal Society en 1908, las medallas Morgan y Sylvester, en 1932 y 1934, y el Premio Nobel de Literatura en 1950.

2. INFANCIA Y ADOLESCENCIA

Russell quedó huérfano a la edad de 6 años. Primero fallecieron su hermana y su madre de difteria y poco después su padre, quién no pudo recuperarse de la pérdida de su esposa e hija. Bertrand Russell y su hermano Frank se mudaron a Pembroke Lodge, una residencia oficial de la Corona, donde por favor Real vivían su abuelo Lord John y su abuela Lady Russell, quien sería la responsable de educarlo.

La infancia de Russell transcurrió en Pembroke Lodge de una manera solitaria, solía pasar mucho tiempo en la biblioteca de su abuelo en donde precozmente demostró un gran amor por la Literatura y la Historia.

Los jardines de Pembroke Lodge eran el lugar predilecto del pequeño Russell. Allí pasó muchos de los momentos más felices de su infancia meditando en soledad.

El hermano de Russell, Frank, mostró siempre una abierta rebeldía al ambiente tímido y conservador de Pembroke Lodge, mientras que Russell, si bien jamás se sintió del todo contento en la casa de sus abuelos, se rebelaba de una manera más intelectual, escondiendo sus pensamientos a todos y llevando una existencia solitaria, preguntándose si algún día sería capaz de comunicarse francamente con otro ser humano.

A la edad de once años Russell comenzó el estudio de la Geometría euclídea, que le pareció maravillosa y le proporcionó una inmensa satisfacción el descubrir

Figura 1. Bertrand Russell. Foto de 1907.

que era capaz de demostrar teoremas por sí sólo. Su felicidad se vio empañada cuando su hermano le dijo que para progresar en Geometría tendría que aceptar ciertos axiomas sin cuestionarlos, postura filosófica que Russell siempre rechazó.

Al percatarse de su facilidad para aprender geometría, Russell consideró por primera vez que quizá poseía cierta inteligencia. Desde ese momento hasta la terminación de Principia Mathematica, las matemáticas serían su principal fuente de felicidad.

Russell leyó y meditó mucho durante su adolescencia, pero, salvo Fitzgerald, no encontró jóvenes con quienes pudiera compartir sus intereses. Algunos de sus autores predilectos fueron Dante , Maquiavelo, Comte, quien no le impresionó, su padrino Mill, de cuyas obras *Economía Política* y *Lógica* hizo amplios apuntes, el célebre historiador Edward Gibbon y Jonathan Swift, cuya obra *Viajes de Gulliver* le dejó un recuerdo indeleble en su mente; desde entonces contempló a los hombres y sus necedades como los Yahoos, que muchos recordaremos que eran los animales bestiales de los cuentos de Swift.

Conocía la poesía de John Milton y de William Shakespeare, pero su poeta favorito era Percy Bysshe Shelley, cuyo poema *Alastor* o *El Espíritu de la Soledad* le impresionó profundamente y podía recitarlo de memoria.

De esta época son una serie de notas, escritas en inglés pero utilizando el alfabeto griego, donde Russell debatía problemas filosóficos que le atormentaban; uno era la contraposición entre el libre albedrío y el determinismo de las leyes físicas. Estas notas las recogió en unos cuadernos conocidos como los "*Ejercicios de Griego*". Sorprende la sofisticación de estos ejercicios escritos por un adolescente, cuyo único contacto con la Filosofía había sido a través de la *Lógica* de su padrino John Stuart Mill.

3. RUSSELL EN EL TRINITY COLLEGE

Russell ingresó en el Trinity College de Cambridge para estudiar Matemáticas, siendo examinado por Alfred North Whitehead, con quien después colaboraría en Principia Mathematica.

Whitehead, impresionado por el joven Russell, lo recomendó a *Los Apóstoles*, una sociedad de discusión intelectual de Cambridge formada por un grupo de jóvenes brillantes que se reunían para discutir cualquier tema en un ambiente intelectualmente estimulante y honesto. Dos distinguidos miembros de esta sociedad eran John Maynard Keynes, y John McTaggart. Después de muchos años de soledad Russell encontró jóvenes inteligentes con quienes discutir sus ideas sin que fue mirado como personaje extraño.

Los estudios de Matemáticas en Cambridge se reducían a la resolución mecánica de ejercicios, sin profundizar en la parte puramente formal de esta disciplina, lo que decepcionó a Russell y buscó refugio intelectual en la Filosofía, leyendo a Platón, Spinoza, Hume y Bradley. En su cuarto año en Cambridge, Russell estudió Ciencias Morales, que era el nombre que se daba entonces a los estudios de Filosofía. Entonces convenció a su amigo George Edward Moore, un joven estudiante de lenguas clásicas, para que se pasase a estudiar Filosofía.

Leyó siempre a Dante en italiano.

La filosofía en boga en Inglaterra era entonces el Idealismo y McTaggart convenció a Russell del poder intelectual del idealismo. Russell se convirtió en un admirador de Hegel y Kant, prefiriendo siempre a Hegel cuando surgía alguna diferencia entre las teorías de ambos. Las ideas de Hegel fueron transmitidas a Russell a través de su estudio de pensadores como Green y Bradley. Entonces Russell identificaba los objetos matemáticos con entes ideales, recordando el sentido platónico de las ideas.

En esa época Cambridge se encontraba atrasada respecto a las universidades alemanas, donde Karl Weierstrass, Richard Dedekind y Georg Cantor habían introducido mucho rigor en las matemáticas delimitando varios conceptos, como los de infinitesimo o infinito. Aunque decepcionado, Russell terminó brillantemente sus estudios en Matemáticas, escribiendo el excelente *Ensayo sobre los Fundamentos de la Geometría* para obtener su Fellowship, que está marcado por su posición filosófica idealista.

Durante su época universitaria en Cambridge conoció y se enamoró de Alys Pearsall Smith, que, a pesar de ser varios años mayor que Russell, lo había cautivado tanto por su belleza victoriana como por sus convicciones, ideas y formas de ver el mundo. Alys era profundamente culta y muy preocupada por participar activamente en causas sociales. Russell desde un principio trató de impresionarla y luego de convencerla de que el matrimonio entre dos personas inteligentes y dedicadas a causas justas era muy deseable, siendo la conclusión de su argumento, que ya que ambos eran personas de ese tipo debían casarse. El acercamiento filosófico de Russell al romance tuvo éxito. Cuando Russell se graduó en Matemáticas Alys le felicitó efusivamente y la relación de Russell y Alys dio un giro más íntimo. Poco después estaban comprometidos, a pesar de la oposición de la familia de Russell y de haber pasado un año separados, puesto que Russell aceptó una pasantía en París.

4. ESTANCIA EN ALEMANIA

Después de la boda Russell y Alys viajaron a Alemania, que era el país con los matemáticos más destacados de esa época. Russell estudió concienzudamente las obras de los tres más eminentes: Karl Weierstrass, Richard Dedekind y Georg Cantor, resultando sorprendente que, estando su corazón y su mente dentro de las matemáticas, aún tuviese tiempo para estudiar Economía, para conocer Alemania y sus disputas políticas, para entablar contacto con los socialistas del momento y para escribir un libro, *La Socialdemocracia Alemana*, dedicado a cuestiones políticas y económicas, donde hizo varias predicciones que se cumplieron años más tarde y, además, esgrimió potentes argumentos contra la teoría económica de Marx, destacando su crítica a la teoría marxista de la plusvalía. Todo esto muestra el calibre de la potencia intelectual de Russell.

5. LA RUPTURA CON EL IDEALISMO

Russell conocía bien libro *Appearance and Reality* del filósofo idealista Bradley, donde pretendía establecer la irrealidad de muchos entes cuya existencia aceptamos, como las relaciones. Además, la doctrina idealista de las relaciones internas, establecía que para conocer una cosa en concreto se deben conocer todas sus relaciones. Russell demostró que tal postura haría del espacio, del tiempo, de la ciencia, y del concepto de número algo sin sentido.

La solución a su problema filosófico le llegó con el estudio de los matemáticos alemanes, pues vio que Cantor con su teoría de conjuntos pretendía resolver el problema del infinito y que Dedekind con sus cortaduras podía considerar el problema de la continuidad.

No pasaría mucho tiempo para que Russell junto con su amigo George Edward Moore comenzaran su revuelta contra el idealismo. Se considera a Russell como el responsable en gran medida de la *rebelión británica contra el idealismo*, que tuvo repercusión treinta años después en Viena en *la rebelión en contra de la metafísica* de los positivistas lógicos.

Moore y Russell, como buenos ingleses no eran ajenos al *Fenomenalismo* de los empiristas clásicos, para quienes la experiencia de lo real se apoya exclusivamente en datos sensibles. Además Russell conocía bien la obra de su padrino John Stuart Mill, quien explicaba las entidades matemáticas como resultado de generalizaciones o abstracciones desde lo empírico.

Figura 2. Giuseppe Peano (1858-1932)

A su regreso a Inglaterra Russell y Moore discutieron estos temas y escribieron el importante texto *Sobre la Naturaleza del Juicio*, donde rompen con el idealismo, y proponen un realismo a ultranza comprometido con la existencia de entidades abstractas como los conceptos y las proposiciones.

Lejos del idealismo, Russell comenzó el desarrollo de un plan para dar más rigor a las matemáticas, que produjo trabajos importantes e interesantes, si bien su construcción de la fundamentación lógica de las Matemáticas no llegó hasta después del Congreso de Filosofía de París en 1900, donde contactó con Peano (1858–1932) y a partir de entonces Russell cambió su posición filosófica, intentando superar el idealismo de Kant.

6. DESPUES DEL CONGRESO INTERNACIONAL DE FILOSOFÍA DE PARÍS (1900)

Después de este Congreso, Russell adoptó la posición del *Atomismo Lógico*, que extiende la metodología de la Física de investigar por descomposición en sus últimos elementos a todas las Ciencias, proponiendo encontrar en cada Ciencia sus últimos elementos conceptuales, sin multiplicar los elementos más allá de lo estrictamente necesario y sustituyendo toda referencia a entidades desconocidas por construcciones con base en entidades conocidas.

Russell defendió el buen uso de la gramática, pues señaló que en su mal uso residen gran parte de los problemas filosóficos, al no respetar una serie de principios o reglas para las operaciones lógicas, lo que lleva a problemas conocidos como *trampas del lenguaje*, destacando su artículo maestro *Sobre el Denotar* (1905), en el que Russell, siguiendo al sicólogo pragmático W. James en sus "*Principios de Psicología*" distingue entre "*conocimiento directo*", consistente en *estar enterado*, y el "*conocimiento acerca de*" que emplea una *descripción*.

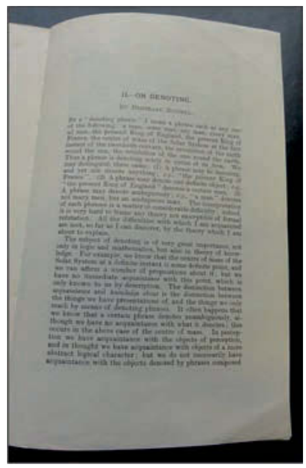

II.—ON DENOTING.

Figura 3. Sobre el Denotar

Russell también introdujo precisiones formales sobre el lenguaje para escapar de las tradicionales vaguedades especulativas sobre conceptos practicados en filosofía tradicional que llevaban a paradojas, como la que luego comentaremos. Esto le llevó primero a introducir los tipos lógicos y más tarde su teoría de los niveles de lenguaje (el metalenguaje).

7. EL LOGICISMO

El *Atomismo Lógico* llevó a Russell al *Logicismo*, cuyo objetivo es "*probar que toda la matemática pura se deduce de premisas puramente lógicas, utilizando conceptos que se pueden definir en términos lógicos*".[2]

[2] Notes to Principia Mathematica. Bertrand Russell (1955), p. 57.

El logicismo está presente desde el final del siglo XVII en la obra de Gottfried Leibniz (1646–1716), cuyas *mónadas* responden a la idea de fraccionar cualquier conocimiento o experiencia en sus partes mínimas en orden a obtener la comprensión perfecta.

El logicismo como movimiento crítico comienza alrededor de 1820 y llevó a muchos matemáticos, como Bernard Bolzano, Niels Abel, Louis Cauchy y Karl Weierstrass, a eliminar vaguedades y contradicciones en la matemática de su tiempo.

Hacia finales del siglo XIX William Hamilton introdujo pares ordenados de números reales para dar una base lógica a la teoría de los números complejos y Karl Weierstrass, Richard Dedekind y Georg Cantor desarrollaron métodos para definir los números irracionales a partir de los números racionales. Cantor, creador de la Teoría de Conjuntos, llegó a la conclusión de la inexistencia de un conjunto que tenga más elementos que cualquier otro conjunto. Ya en el siglo XX, Guiseppe Peano desarrolló la teoría de los números racionales basándose en sus famosos axiomas de la teoría de números naturales, apoyándose en trabajos de Grassmann y de Dedekind.

Estos éxitos hicieron creer a Frege (1848–1925) que la matemática se podría deducir de un conjunto relativamente pequeño de nociones primitivas, dedicando gran parte de su carrera a este proyecto logicista. En 1879, año de la publicación de su obra *Conceptografía*, Frege había desarrollado el aparato lógico necesario para que el proyecto del logicismo llegase a ser técnicamente plausible. Frege necesitó cinco años más de trabajo para obtener las definiciones necesarias para el desarrollo del logicismo aritmético, publicando en 1884 su obra *Los fundamentos de la Aritmética*.

Frege trabajó hasta poco después de 1900 en la deducción de las consecuencias esenciales de las definiciones que había introducido en *Los fundamentos de la Aritmética*, abandonando su proyecto en 1902 al conocer que Bertrand Russell había descubierto una inconsistencia grave en los principios de la teoría de conjuntos de Cantor sobre la que Frege había fundamentado su obra. Esta inconsistencia es de carácter semántico, se la conoce hoy como la *paradoja de Russell* y se la ha tratado de explicar intuitivamente mediante formulaciones sencillas y casi jocosas, como la llamada *paradoja del barbero*, que pregunta quien puede afeitar al único barbero de un pueblo si estuviese prohibido que el barbero afeitase a quien se pudiese afeitar por sí mismo y fuese el babero el único autorizado para afeitar a otra persona.

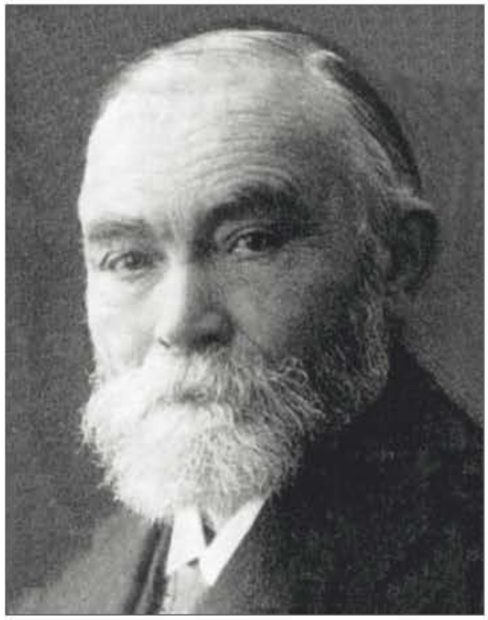


Figura 4. Friedrich Ludwig Gottlob Frege (1848-1925)

8. LA PARADOJA DE RUSSELL

Bertrand Russell, en carta dirigida a Frege en 1902 le hizo observar la existencia de dos clases de conjuntos:

- Los conjuntos que son reuniones de *cosas*, por ejemplo de coches, libros o personas, tienen la propiedad de no ser parte de sí mismos y se les llama *conjuntos normales*. Representaremos por $\mathcal{N}$ al conjunto de todos los conjuntos normales.
- Los conjuntos que son parte de sí mismos, como el conjunto A de todas las ideas abstractas se llaman *conjuntos singulares*. Es claro que A es una idea abstracta, por lo que $A \in A$ Otro ejemplo de conjunto singular es el conjunto de todas las cosas que no son libros; pues como este conjunto no es un libro forma parte del conjunto de todas las cosas que no son libros Representare-

mos por $\mathcal{A}$ al conjunto de todos los conjuntos singulares.

Un conjunto o es singular o es normal, pues o es parte de sí mismo o no lo es, por lo que $\{\mathcal{A},\mathcal{N}\}$ es una partición de *la familia de todos los conjuntos*. Russell le hizo observar a Frege que $\mathcal{N}$ considerado como un conjunto tiene dos posibillidades, pertener a $\mathcal{N}$ o a $\mathcal{A}$.

- Si $\mathcal{N}\in\mathcal{N}$, se deduce por definición que $\mathcal{N}\in\mathcal{A}$, lo que es absurdo.
- Si $\mathcal{N}\notin\mathcal{N}$, se deduce, también por definición, $\mathcal{N}\in\mathcal{N}$, lo que también es absurdo.

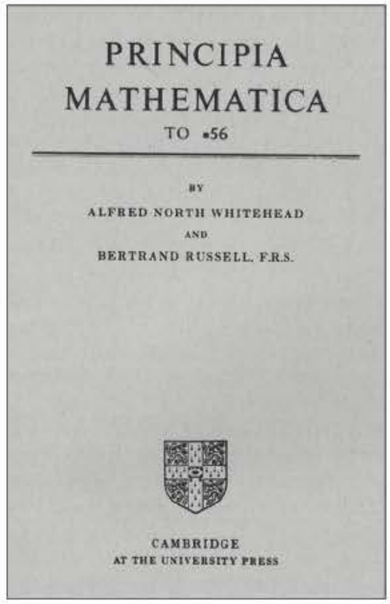
Por tanto se obtiene una contradicción.

9. EL PRINCIPIA MATHEMATICA Y EL TEOREMA DE GÖDEL

La aparición de paradojas, como la de Russell, puso de manifiesto que había que añadir postulados adicionales a los de Frege si se deseaba que el proyecto del logicismo tuviese éxito en Matemáticas.

A esta conclusión llegaron simultáneamente Alfred North Whitehead (1861–1947) y Russell en 1903. Ambos estaban entonces en la etapas iniciales de la preparación de un segundo volumen de anteriores libros sobre fundamentos de la Matemática, pues Whitehead había publicado en 1898 el libro *A Treatise on Universal Algebra*, y Russell acababa de publicar en 1903 el libro *The Principles of Mathematics.*

Figura 5. Alfred North Whitehead (1861-1947)



PRINCIPIA MATHEMATICA
TO *56

BY
ALFRED NORTH WHITEHEAD
AND
BERTRAND RUSSELL, F.R.S.

CAMBRIDGE
AT THE UNIVERSITY PRESS

Figura 6. Principia Mathematica

Como sus investigaciones se solapaban mucho, comenzaron a colaborar en lo que eventualmente sería la obra *Principia Mathematica*. Llegaron al acuerdo de que Russell desarrollaría las partes filosóficas y que ambos colaborarían en la deducción de las consecuencias. Pensaron que el proyecto podría durar un año y Cambridge University Press aceptó publicarlo estimando que la publicación costaría 300 libras.

El proyecto costó casi una década de difícil trabajo sobre la parte que debían elaborar en común, por lo que Cambridge University Press les comunicó que el costo de la publicación de *Principia* sería de unas 600 libras y que sólo podía invertir los 300 euros inicialmente previstos. La Royal Society donó 200 libras y cada autor debió dar 50 libras para publicar su obra.

Hoy día no hay ninguna buena biblioteca que no tenga algún ejemplar de esta obra monumental. Consta de tres volúmenes, publicados en 1910, 1912 y 1913, con el objetivo de obtener una fundamentación filosófico-lógica de la matemática que, con ayuda de nociones básicas de lógica, permitiese deducir toda la matemática. Así demostrarían el poder de los lenguajes formales para modelar las matemáticas y la fertilidad de la lógica. Los contenidos de los *Principia* son: Teoría de conjuntos, números cardinales, números ordinales y números reales.

Inicialmente la obra debería constar de cuatro tomos, pero el cuarto jamás se publicó, por lo que el lector sólo se queda con la impresión de que los profundos teoremas del Análisis Matemático pueden ser deducidos con el mismo formalismo. En los tres tomos de *Principia* se deduce desde los axiomas la mayor parte de los teoremas de teoría de conjuntos, aritmética finita y transfinita, así como todo lo básico de la teoría de la medida.

La publicación del primer volumen de *Principia* fue seguida de una fuerte controversia. Los críticos más benignos exigían a Russell y Whitehead que completarán su proyecto y los más mordaces no disimulaban su acritud con el carácter no lógico de los dos axiomas siguientes:

- *El axioma de la existencia de un número infinito de objetos*, pues decían que era un axioma más empírico que lógico.
- Y el *axioma de reducibilidad*, que se consideró que lo habían introducido ad hoc para restringir la noción de "*expresión bien formada*" y evitar paradojas, como la formulada por Russell.

A las críticas iniciales se sumó veinte años más tarde un importante resultado de Kurt Gödel (1906–1978) quien en 1931 en el artículo *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme*, probó la imposibilidad de deducir toda la matemática a partir de un sistema de axiomas. Gödel demostró que la Aritmética no se puede deducir de un conjunto finito de axiomas, ya que dado un sistema finito de axiomas para la Aritmética es posible formular una proposición indemostrable a partir de esos axiomas. El resultado de Gödel invalidaba el objetivo principal de los autores de *Principia Mathematica* de obtener una fundamentación filosófica-lógica que permitiese deducir toda la matemática. En palabras del propio Gödel se tiene que:

Figura 7. Kurt Gödel (1906-1978)

"*En cualquier formalización consistente de las matemáticas que sea lo bastante fuerte para definir el concepto de número natural, se puede construir una afirmación que ni se puede demostrar ni se puede refutar dentro de ese sistema*."[3]

[3] Hay muchos ejemplos notables de afirmaciones indecidibles. Gödel y Paul Cohen probaron que el *Axioma de Elección* y la *Hipótesis del Continuo* son indecidibles en la axiomatización estándar de teoría de conjuntos. Poco más tarde, en 1936, Alan Turing demostró la indecibilidad del Problema de la Parada, resultado generalizado por el Teorema de Rice, que prueba que todos los problemas de decisión no triviales son indecidibles en un sistema que sea Turing completo.

En 1977, Kirby y Harringon encontraron una afirmación en combinatoria, que es una versión del teorema de Ramsey, indecidible en la axiomatización de la aritmética dada por los axiomas de Peano, pero se puede demostrar que es cierta en otro sistema más amplio de la teoría de conjuntos. El algoritmo de Kruskal, que tiene implicaciones en informática, también es indecidible a partir de los axiomas de Peano pero es demostrable en teoría de conjuntos. Asimismo, el teorema de Goodstein, que es una afirmación relativamente simple sobre los números naturales en base 2, es indecidible en la aritmética de Peano.

Gregory Chaitin (1947) produjo afirmaciones indecidibles en teoría algorítmica de la información y demostró su propio teorema de la incompletud en ese contexto.

El teorema de Gödel agudizó la problemática sobre la adquisición de la verdad. Según Marvin Minsky, la inteligencia humana es capaz de equivocarse y de aceptar proposiciones inconsistentes o falsas. Sin embargo, el mismo Minsky nos transmitió que **Kurt Gödel le dijo que él creía que los seres humanos tienen una forma intuitiva, no solamente computacional, de llegar a la verdad y por tanto su teorema no limita lo que puede llegar a ser entendido como cierto por los seres humanos.**

10. LA INFLUENCIA DEL PRINCIPIA MATHEMATICA

Principia Mathematica, a pesar de la limitación impuesta por el Teorema de Gödel, ha sido un libro muy influyente en el desarrollo de la lógica, la teoría de conjuntos, la investigación en los fundamentos de la matemática, la inteligencia artificial y la computación. También ha marcado su influencia en pensadores de la talla de David Hilbert, Ludwig Wittgenstein, Alan Turing y el propio Kurt Gödel, pues *Principia* fue el punto de partida para las sorprendentes aportaciones de Gödel.

Existe un amplio consenso en que las dos obras que más han influido en Lógica han sido *Organon*[4] de Aristóteles y *Principia Mathematica*, pues Principia es un hito en el Logicismo, que ha sido la corriente filosófica clave en el desarrollo de la filosofía analítica en el siglo XX. A *Principia Mathematica* le debemos:

- La popularización de la lógica matemática moderna por la potencia expresiva de los modernos predicados lógicos, mérito innegable de Whitehead y Russell.
- La demostración de la potencia deductiva de los sistemas formales, que abrieron un nuevo campo de trabajo, llamado *metalógica*.
- El establecimiento de conexiones entre Logicismo y ramas tradicionales de la Filosofía clásica, como Metafísica y Epistemología, lo que supuso el comienzo de un nuevo desarrollo en éstas y en otras áreas.
- Finalmente, *Principia* fue el comienzo de la utilización de técnicas de trabajo comunes en campos tan diversos como la filosofía, las matemáticas, la lingüística, la economía y las ciencias de la computación.

11. CONTENIDOS DE *PRINCIPIA MATHEMATICA*

El Volumen I tiene una larga introducción y dos partes. La introducción está dividida en *Explicaciones preliminares de ideas y notaciones*, *La Teoría de Lógica de Tipos* y *Símbolos incompletos*.

La Parte I es *Lógica Matemática* dividida en cinco secciones: *La Teoría de la Deducción*; *La Teoría de las Variables Aparentes*; *Clases y Relaciones*; *Lógica de Relaciones* y *Productos y Sumas de Clases*.

La Parte II, *Prolegómenos a la Aritmética de Cardinales*, está dividida en cinco secciones: *Clases unitarias y Parejas*; *Subclases, Subrelaciones, y Tipos Relativos*; *Uno-varios, varios-uno, y relaciones uno a uno*; *Selecciones y Relaciones Inductivas*.

El Volumen 2 consta de una *Exposición preliminar de convenciones simbólicas* seguida de dos Partes completas, la tercera y la cuarta, y del comienzo de la Parte quinta.

La Parte III, *Aritmética de Cardinales*, está dedicada a *Definición y propiedades lógicas de los Números Cardinales*, *Adición*, *Multiplicación y Exponenciación*, en los casos finito e infinito.

La Parte IV se dedica a Relaciones Aritméticas y tiene cuatro secciones: *Ordinales y Relaciones Numéricas*; *Adición de Relaciones y Producto de dos Relaciones*; *El Principio de las Diferencias primeras y la Multiplicación y Exponenciación de Relaciones*; y *Aritmética de Relaciones Numéricas*.

La primera mitad de la Parte V se titula Series y sus tres secciones son: *Teoría General de Series*; *Secciones, Segmentos y Derivadas*; *Convergencia y Límites de Funciones*.

Esta Parte V se completa en el Volumen 3, cuyas secciones son: *Series bien ordenadas*; *Series y Ordinales finitos e infinitos*; *Series compactas, Series racionales y Series continuas*.

Termina el Volumen 3 con la Parte VI, cuyo título es *Cantidad* y está dividida en: *Generalización del número*; *Familias de vectores*; *Medidas* y *Familias cíclicas*.

[4] *Organon* es el nombre que los discípulos de Aristóteles, los Peripatéticos, dieron al conjunto de los seis libros sobre lógica escritos por Aristóteles, cuyos títulos son: *Las categorías, Sobre la interpretación, Análisis a priori, Análisis a posteriori, Tópicos* y *Refutación de los sofismas*.

Los lectores actuales del *Principia* encontrarán que su notación es anticuada y poco ágil. Aunque esta consideración es correcta, no deben olvidar que este libro es uno de los grandes documentos científicos del siglo XX.

12. APÉNDICE. ALGUNAS NOTAS SOBRE LA VIDA DE BERTRAND RUSSELL

Russell fue un conocido pacifista durante la Primera Guerra Mundial, aunque se manifestó a favor de las acciones bélicas durante la Segunda Guerra Mundial, alegando que un mundo donde el fascismo fuera la ideología reinante habría perdido lo mejor de la civilización y no valdría la pena vivir.

Estuvo en prisión dos veces, la primera conectada con sus actividades pacifistas durante la Primera Guerra Mundial aconsejando a los jóvenes cómo evitar el servicio militar y su participación en la guerra y la segunda, en 1961, por participar en una manifestación contra la proliferación de armas nucleares. Entonces tenía cerca de noventa años.

No obstante, algunos pacifistas critican a Russell por su artículo de 1915 *La Ética de la Guerra*, donde defendió las guerras de colonización sobre tierras de uso útil, cuando una civilización más avanzada podría administrar la tierra dándole un mejor uso.

Figura 8. Bertrand Russell

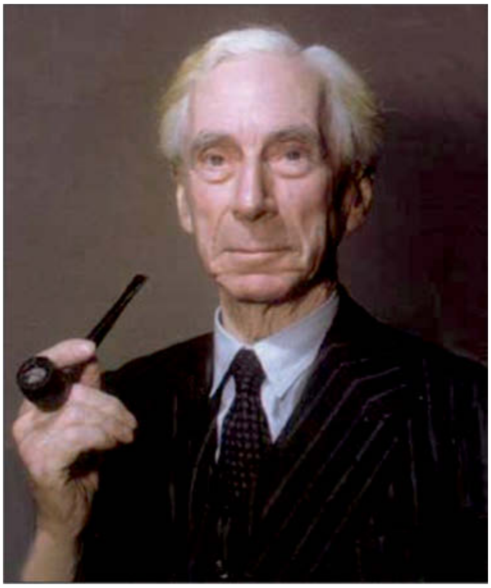


Figura 9. Bertrand Russell

El activismo social y político ocupó gran parte del tiempo de Russell durante su larga vida. Fue también un soberbio polemista que se convirtió en el ícono del racionalismo para toda una generación.

En sus escritos hizo gala de un magnífico estilo literario, de un excelente sentido del humor y una habilidad para sorprender y provocar con ironía, sarcasmo y metáfora. Fue uno de los pensadores más interesantes, profundos, mordaces y activos del siglo XX y dejó un enorme legado de escritos de los cuales podemos extraer importantes lecciones. A título de ejemplo reproducimos tres de sus frases:

- *Gran parte de las dificultades que atraviesa el mundo se deben a que los ignorantes están completamente seguros y los inteligentes, llenos de dudas.*
- *Hallarte sin algunas de las cosas que deseas es una parte indispensable de la felicidad.*
- *No creo que ahora esté soñando, pero no puedo demostrar que no lo estoy.*

Russell permaneció políticamente activo hasta el final, escribiendo y exhortando a los líderes mundiales, además de prestar su nombre a numerosas causas. Algunos afirman que durante sus últimos años sus jóvenes seguidores utilizaron su nombre para ciertos propósitos, que un Russell más atento no hubiera aprobado. Se dio cuenta de esto cuando despidió a su secretario privado, Ralph Schoenman, entonces un joven revolucionario de la izquierda radical. A continuación enumeraremos algunos de sus hitos destacados en el activismo político.

En 1955 Russell dio a conocer el Manifiesto Russell-Einstein, firmado con Albert Einstein y otros nueve líderes científicos e intelectuales. Es un documento que desembocó en la Conferencia Pugwash en 1957, para prevenir la amenaza de una guerra nuclear y pasó los últimos quince años de su vida haciendo campaña en contra de la fabricación de armas nucleares. Creía que el deber de un filósofo de su tiempo era evitar a toda costa un nuevo holocausto, que podría destruir la humanidad. En 1958 Russell se convirtió en el primer presidente de la Campaña de Desarme Nuclear, renunciando dos años más tarde cuando la Campaña de Desarme no apoyó la desobediencia civil. Muy preocupado sobre el peligro potencial a la humanidad debido a las armas nucleares y otros descubrimientos científicos, también se unió a Einstein, Oppenheimer, Rotblar y otras eminencias en el ámbito científico del momento para establecer la Academia Mundial de Arte y Ciencia, constituida en 1960. En 1961, ya casi cerca de los noventa años, fue encarcelado una semana por incitar a la desobediencia civil, en conexión con protestas en el Ministerio de Defensa de Reino Unido y en el Hyde Park de Londres contra las armas nucleares, como se indicó antes.

En 1962, a los 90 años, medió en la crisis de los misiles de Cuba para evitar que se desatara un ataque militar, escribiendo cartas a Nikita Jrushchov, al presidente John F. Kennedy, al primer ministro Británico Harold Macmillan y al Secretario General de las Naciones Unidas Pantanaw U Thant, siendo intermediario en sus respuestas mutuas.

La Fundación para la Paz Bertrand Russell comenzó a funcionar en 1963, a fin de llevar adelante el trabajo de Russell por la paz, derechos humanos y justicia social. Manifestó su oposición a la política de Estados Unidos en Vietnam con una carta al New York Times de 28 de marzo de 1963. Russell fue muy crítico con la historia oficial del asesinato de John F. Kennedy. Sus *Dieciseis preguntas sobre el asesinato* de 1964 es aún considerado un buen resumen de las aparentes inconsistencias del caso.

En otoño de 1966 ya había completado el manuscrito *Crímenes de Guerra en Vietnam*. Luego, Russell y Jean-Paul Sartre organizaron un Tribunal Internacional de Crímenes de Guerra, conocido como el Tribunal Russell. Russell se interpretó a sí mismo en la película india antibélica *Aman*, presentada en India en 1967. Esta fue su única aparición en un film.

Russell, además de Matemáticas y Filosofía, siempre se sintió fascinado por la ciencia, particularmente por la Física. Fue autor de varios libros de divulgación científica, como *El ABC de los Átomos*, en 1923 y *El ABC de la Relatividad*, en 1925.

Russell nos ha dejado muchísimos escritos. Desde la adolescencia, escribió una media de 3.000 palabras por día. Solía hacer pocas correcciones, siendo su primer borrador casi siempre muy cercano al escrito definitivo, incluso en los temas de mayor complejidad técnica. Se ha trabajado mucho sobre sus escritos inéditos, que son una inmensa colección de tesoros que nos dan nuevas visiones de su pensamiento.

Contrajo matrimonio cuatro veces. La última vez fue con Edith Finch, con quien pudo alcanzar la paz y entendimiento que siempre buscó; en su compañía murió pacíficamente a los 98 años. Tuvo tres hijos, John, Kate y Conrad. Conrad, quinto conde Russell, fue un importante político del Partido Liberal de Inglaterra y un historiador erudito que murió recientemente.

13. REFLEXIONES EN SU OCTOGÉSIMO CUMPLEAÑOS

Muchas más cosas podríamos decir de la apasionante vida de Bertrand Russell, pero ello no es posible en este breve artículo.

Convencido de su fracaso en ayudar al mundo a evitar las guerras y en ganar la batalla intelectual en la búsqueda de la verdad, Russell escribió en sus *Reflexiones en mi octogésimo cumpleaños*, el párrafo siguiente, que es la última entrada en el último volumen de su autobiografía, que se publicó cuando tenía 98 años:

Figura 10. Bertrand Russell

“He vivido en busca de una visión, tanto personal como social. Personal: cuidar lo que es noble, lo que es bello, lo que es amable; permitir momentos de intuición para entregar sabiduría en los tiempos más mundanos. Social: ver en la imaginación la sociedad que debe ser creada, donde los individuos crecen libremente, y donde el odio y la codicia y la envidia mueren porque no hay nada que los sustente. Estas cosas, y el mundo, con todos sus horrores, me han dado fortaleza.

Bertrand Russell, Reflexiones en mi octogésimo cumpleaños.”

BIBLIOGRAFÍA

1. C. D. Broad, *Bertrand Russell as Philosopher*, Bulletin of the London Mathematical Society **5** (1973) 328-341.

2. A. R. Garciadiego, *Bertrand Russell and the Origins of the Set-Theoretic ‘Paradoxes’*, Birkhauser Verlag (1992) Basel.

3. I. Grattan-Guinness, *The Search for Mathematical Roots* 1870-1940, Princeton University Press (2000) Princeton N.J. ISBN 0-691-05857-1.

4. P. W. Hylton, *Logic in Russell’s Logicism*, en la obra de D. Bell and N. Cooper (editores), *The Analytic Tradition*, en la serie Philosophical Quarterly Monographs, Volumen 1, Blackwell (1990) Cambridge.

5. S. C. Kleene, *Introduction to Meta-Mathematics*, 6ª edición, North-Holland Publishing Company (1952) Amsterdam. ISBN 0-7204-2103-9.

6. S. C. Kleene y M. Beeson, *Introduction to Metamathematics*. Ishi Press (2009). ISBN 978-0923891-57-2.

7. F. A. Rodriguez-Consuegra, *The Mathematical Philosophy of Bertrand Russell: Origins and Development*. Birkhauser Verlag (1991) Basel.

8. B. Russell, *The Autobiography of Bertrand Russell*, volumen 1 publicado por George Allen y Unwin (1967) Boston y Toronto, el volumen 2 publicado por Little Brown and Company (1968) London y y el volumen 3 publicado por Simon y Schuster (1969) New York.

9. Teorema: Revista Internacional de filosofía Volumen 24, número 3 (2005). Ejemplar dedicado a: Centenario de la publicación “On denoting”. ISSN 0210 – 1602.

10. A. N. Whitehead y B. Russell, *Principia Mathematica*, 3 volúmenes, (1910, 1912, y 1913) Cambridge University Press. Se han hecho muchas reediciones. Una reciente está publicada en 3 volúmenes en Merchant Books (2009), con los siguientes ISBN: 978-1603861823; 978-1603861830 y 978-1603861847, respectivamente.