*Rev.R.Acad.Cienc.Exact.Fís.Nat. (Esp)*
*Vol. 105, Nº. 1, pp 77-98, 2011*
*XIII Programa de Promoción de la Cultura Científica y Tecnológica*

# NICOLÁS BOURBAKI: EL MATEMÁTICO QUE NUNCA EXISTIÓ[1]

FERNANDO BOMBAL GORDÓN *

* Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Valverde 22, 28004 Madrid. Facultad de Matemáticas. Universidad Complutense. 28040 Madrid.

## INTRODUCCIÓN

"*Su nombre es griego, su nacionalidad francesa y su historia es curiosa. Es uno de los matemáticos más influyentes del siglo XX* [...] *Sus trabajos se leen y citan extensamente en todo el mundo.* [...] *Tiene fervientes partidarios y acérrimos detractores en cualquier grupo de matemáticos que se reúna. El hecho más extraño sobre él, sin embargo, es que no existe.*"

Así comienza el artículo *Nicolás Bourbaki*, publicado por el eminente matemático **Paul Halmos** en la Revista *Scientific American* en mayo de 1957 ([Ha]) sobre un grupo de matemáticos, la mayoría franceses, que bajo el seudónimo colectivo de **Nicolás Bourbaki** y desde su nacimiento a mediados de los años 1930 hasta mediados de los años 1970 influyó decisivamente en el desarrollo y la evolución de la matemática contemporánea.

NICOLAS BOURBAKI aparece quí humorísticamente representado por esta barahunda de matemáticos franceses. Bourbaki parece componerse de 10 a 20 personas al tiempo. Todo parecido entre ellas y los individuos del dibujo es pura coincidencia.

Imagen tomada del artículo *Nicolás Bourbaki* en "Las Matemáticas en el mundo Moderno". Ed. Blume, 1974.

[1] Este trabajo puede considerarse una versión muy ampliada, profundamente revisada y actualizada de [Bo1].

Hasta mediados de 1970 muchos de los alumnos de Matemáticas y la mayoría de los profesores compartirían la opinión de Halmos. En la actualidad, probablemente su nombre sea desconocido para la mayoría de los estudiantes de la Licenciatura de Matemáticas y también para muchos de sus profesores, aunque cualquier matemático "profesional" de hoy en día ha sido ciertamente influenciado (quizá más de lo que esté dispuesto a admitir) por Bourbaki.

La influencia de Bourbaki ha ido mucho más allá de las matemáticas, ya que jugó el papel de intermediario cultural entre los distintos ámbitos en los que se desarrolló la amplia corriente de pensamiento que recibe el nombre de *estructuralismo*, desde la lingüística y la antropología hasta la economía y la psicología, como tendremos ocasión de ver más adelante.

**Nicolas Bourbaki** es el seudónimo colectivo de un grupo de matemáticos, la mayoría franceses, que se creó en la década de los 30 y se ha ido renovando con el tiempo, y que es responsable de la publicación de un monumental tratado que, con el título de *Eléments de Mathématique,* tenía como objetivo la exposición, de forma sistemática y rigurosa, de las nociones y herramientas básicas para el desarrollo de toda la Matemática. El título mismo de la obra muestra claramente el intento de emular el papel que tuvieron los *Elementos* de Euclides en la Geometría griega.

El grupo fue fundado a mediados de los años 1930 por algunos jóvenes y brillantes matemáticos (de edades comprendidas entre los 24 y 30 años), la mayoría de ellos antiguos alumnos de L'Ëcole Normale Superieur de Paris y pertenecientes a promociones cercanas. Aunque, como veremos, el objetivo original de los fundadores del grupo era muy modesto, no hay duda de que su actitud respondía a un sentimiento de frustración y protesta por la situación de las Matemáticas en Francia. En efecto, alrededor de 1900 la matemática francesa estaba en una época de plenitud y, junto con la alemana, lideraba la matemática mundial. Brillantes matemáticos, la mayoría analistas, como **Henri Poincaré, Jacques Hadamard**, **Émile Picard**, **René Baire** o **Henri Lebesgue** estaban en su plenitud científica. Sin embargo, tras la Primera Guerra Mundial (1914-1918), se produce en Francia un declive progresivo de las matemáticas y de otras disciplinas científicas. Las causas de esta decadencia no están del todo claras, aunque sin duda la sangría demográfica causada por la guerra tiene mucho que ver[2]. En sus Memorias ([We]) **André Weil** se queja amargamente del daño causado a las Matemáticas francesas por la guerra, que diezmó a toda una generación, mientras que los alemanes habían tomado medidas para salvaguardar a las élites de sus jóvenes científicos de la matanza, destinándolos a puestos alejados del frente. En el mismo sentido se manifiesta **Jean Dieudonné**, durante muchos años portavoz oficioso del grupo Bourbaki, quien en una entrevista declaraba: *Los matemáticos muertos en la guerra son los que tenían que haber continuado los trabajos de Poincaré o de Picard. Mi generación se resintió duramente de las consecuencias de esta interrupción [...] Mis profesores tenían veinte o treinta años más que nosotros, conocían sobre todo las matemáticas de su juventud y no nos enseñaban las nuevas teorías...*

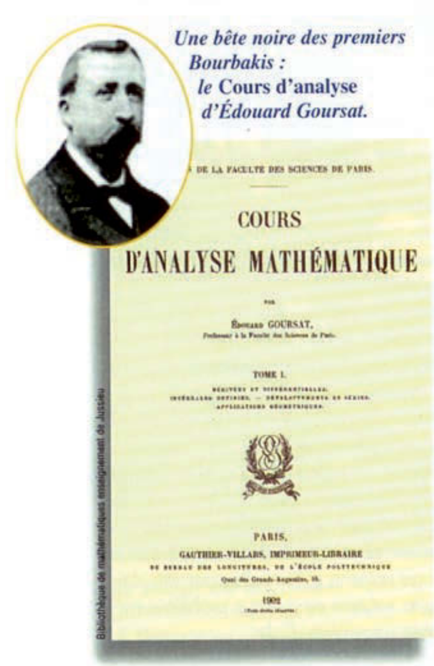
Abundan entre las declaraciones de los primeros Bourbakistas referencias a este retraso en la comunidad matemática francesa. Así, el mencionado Jean Dieudonné narra que en los años 1930 nadie conocía en Francia temas como la teoría espectral de Hilbert-Riesz, la representación de grupos o la teoría de Lie (con la excepción de **Elie Cartan**, que por entonces se encontraba totalmente aislado). **Laurent Schwarz** cita entre otros ejemplos ([Sch]) el caso de un Seminario Hadamard celebrado en 1924 en el que quedó claro que ningún matemático francés asistente, ni siquiera los más reputados, sabía si el espacio $L^2$ de las funciones medibles cuyo cuadrado es integrable Lebesgue, era o no completo (lo que había sido demostrado en 1907 por **Fischer** y **Riesz**). Lo curioso del caso es que entre los asistentes figuraba un joven matemático polaco, **Stefan Banach** que había presentado en 1920 su Tesis sobre la noción de *espacio normado completo* ("espacios de Banach"), entre cuyos primeros y más ilustres ejemplos se encuentra $L^2$. **Banach**, por supuesto, sabía perfectamente la res-

[2] Según el matemático **Martin Andler**, de la Universidad de Versalles, la cuarta parte de los 331 alumnos de las promociones de 1900 a 1918 de la Escuela Normal, murieron en la guerra. Más aún, *la mitad* de los alumnos de las promociones de matemáticas de 1911 a 1914 fallecieron en el conflicto.

puesta, pero no dijo una palabra, sin duda intimidado por el auditorio.

Pero, junto a la sangría producida por la guerra entre los jóvenes científicos (que, aunque en menor medida, también sufrió Alemania), hay que añadir la excesiva rigidez y centralismo de las instituciones científicas francesas, una financiación insuficiente y un adocenamiento progresivo de la comunicad científica. La vida científica francesa estaba dominada por dos o tres camarillas de académicos, más preocupados por conservar sus parcelas de poder e influencia que por el desarrollo de la investigación.

Y este es el panorama con el que se encontraron un grupo de jóvenes e inquietos egresados de L'École Normale Superieur alrededor de 1925 y que a comienzos de los años 1930 estaban comenzando su vida profesional dando clases en distintas universidades "de provincias".




## EL ORIGEN DE BOURBAKI.

Según cuenta **André Weil** en su autobiografía ([We]; véase también [Ca2]), al regreso de sus vacaciones de verano de 1934 reanudó sus tareas docentes en Estrasburgo junto con su colega y amigo **Henri Cartan**, ambos encargados del curso sobre Cálculo Diferencial e Integral.

Tradicionalmente se usaba como texto el libro de **Goursat,** que ninguno de los dos jóvenes amigos encontraba especialmente satisfactorio, por su estilo demasiado prolijo, con teoremas que se repetían a veces con hipótesis superfluas y con ausencias destacadas, como la teoría de integración de Lebesgue. Esto daba lugar a continuas consultas mutuas sobre cómo desarrollar tal o cual tema. A finales de 1934, Weil creyó tener una idea luminosa: *Somos cinco o seis amigos encargados de la misma asignatura en distintas universidades* —le dijo a Cartan— *Reunámonos y arreglemos esto de una vez por todas* ([We ; P. 98]). Aunque ninguno de los dos lo sabía, acababa de nacer **Bourbaki**.

Dicho y hecho. Cartan y Weil se pusieron en contacto con algunos de sus compañeros *normaliens* y el 10 de diciembre de 1934 tuvo lugar una primera reunión de trabajo para intercambiar opiniones sobre el proyecto en el "café Grill-room A. Capoulade", una concurrida *brasserie* del boulevard Saint-Michel de París, hoy desaparecida. Los integrantes del grupo eran **Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsarte, Jean Dieudonné, René de Possel** y **André Weil**, considerados los "padres fundadores" del grupo. En esa reunión se fijaron ya algunos de los rasgos distintivos de Bourbaki. Weil, el impulsor de la idea, abrió la reunión estableciendo claramente que el objetivo era "*fijar para los próximos 25 años los contenidos del certificado de cálculo diferencial e integral, mediante la redacción colectiva de un tratado de Análisis, tan moderno como fuera posible"* ([Bea; p. 28]) La redacción colectiva tenía sentido, ya que la materia a tratar era muy amplia (con el inconveniente de que se perdería toda traza de las contribuciones individuales). Y el énfasis en la *modernidad* del tratado es también significativo de la intención de ruptura del grupo con los textos usuales. La reunión continuó discutiendo la amplitud del proyecto (se mencionó que no debería superar las 1000 páginas), la forma de trabajar, contenidos concretos del tratado, distribución de tareas, etc. Así los asistentes se constituyeron en "*Comité de redacción del tratado de Análisis"* y entre diciembre de 1934 y mayo de 1935 tuvieron 10 reuniones, siempre los lunes y en el mismo lugar: el café A. Capoulade. En enero de añaden al


Comité **Paul Dubreil, Jean Leray** y **Szolem Mandelbrojt**, pero Dubreil y Leray renunciarán a la empresa y serán sustituidos por **Jean Coulomb** y **Charles Ehresmann** respectivamente. A lo largo de estas reuniones, poco a poco se va convirtiendo en una tarea más ambiciosa: En la segunda reunión, Weil enuncia ya que "*es necesario hacer un tratado útil a todos: a los investigadores y los profesores de enseñanza pública, a los físicos y a los técnicos.* Es preciso, pues, suministrar a los lectores potenciales una colección de herramientas matemáticas *"tan robustas y tan universales como sea posible."* El proyecto, modesto al principio, se va complicando más y más: se proponen temas que van desde los fundamentos a las funciones analíticas y las ecuaciones en derivadas parciales. A fin de fijar un plan global y discutir los informes previos con la amplitud necesaria, el Comité acordó dedicar dos semanas de las vacaciones de verano para reunirse en un lugar apropiado. Y así, del 10 al 17 de julio de 1935 tuvo lugar el Primer Congreso fundacional del Bourbaki en unos confortables locales que la Universidad de Clermont-Ferrand poseía en Besse-en-Chandesse.

Estos fueron los asistentes, según cita Chevalley en [Gu]: **Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsarte, Jean Dieudonné, André Weil, Szolem Mandelbrojt** y **René de Posel**, aunque alguna vez se ha mencionado también a **Charles Ereshmann.** Las múltiples reflexiones y amplias discusiones previas habían hecho ampliar el objetivo inicial. Los temas que se preveía tratar eran todavía prácticamente los mismos, pero se pensó necesario incluir unos cuantos capítulos más abstractos y novedoso donde se realizara una exposición abstracta y axiomática de algunas nociones generales de álgebra, teoría de conjuntos o topología (el "paquete abstracto", como se designó informalmente esta parte), para poder realizar un desarrollo coherente del resto. También se decidió adoptar como nombre colectivo el de ***Bourbaki*,** un nombre que tiene sus raíces en la historia colectiva de los alumnos de L'École Normale y que todos los participantes en el Congreso conocían bien.

Al parecer, cuando Delsarte, Cartan y Weil eran estudiantes de primer año en la Escuela Normal Superior fueron convocados, en impreso oficial, para asistir a una conferencia que iba a dar un cierto Profesor Holmgren. El tal Profesor era en realidad **Raoul Husson**, estudiante de los últimos cursos quien, disfrazado con una barba patriarcal y con un extraño acento, desarrolló una pieza maestra de trabalenguas matemático, que terminó con un *teorema de Bourbaki* que dejó atónito al auditorio.

Pero ¿de donde sacó Raoul Husson la idea del nombre de Bourbaki? Según diversas declaraciones de los miembros del grupo, la elección del nombre corresponde a la memoria de un general de Napoleón III de origen griego, **Charles Denis Sautier Bourbaki**, que participó en la guerra de Crimea y en la guerra franco-prusiana y en 1871 sufrió una humillante derrota en Héricourt, lo que le obligó a retirarse atravesando Suiza, donde sus tropas fueron desarmadas. Parece ser que incluso intentó suicidarse, pero obviamente fracasó, ya que llegó a vivir hasta los 82 años. El

General CH. Denis Bourbaki (1816-1897)

espíritu antimilitarista que reinaba por entonces en la Escuela puede ser el que impulsó a Husson a atribuir el nombre de un teorema a un general conocido fundamentalmente como artífice de una retirada poco edificante para el Ejército francés.

La farsa de Raoul Husson parece que fue del agrado de André Weil, pues durante su estancia en la India (1930-1932) a cargo del Departamento de Matemáticas de la Universidad Musulmana de Aligarh, sugirió a su amigo y colega **D. Kosambi** que escribiera un artículo sobre los trabajos de un imaginario matemático de origen ruso, de nombre Bourbaki. Kosambi escribió, en efecto, un trabajo matemático falso titulado *Sobre la generalización del segundo teorema de Bourbaki,* que consiguió publicar en el "Bulletin of the Academy of Sciences of the provinces of Agra and Oudh Allahabad". Kosambi atribuyó el teorema al "casi desconocido matemático ruso D. Bourbaki, a quien envenenaron durante la revolución." Se trata pues, de la primera publicación de Bourbaki, aunque posteriormente la inicial D. fue reemplazada por el nombre *Nicolas*, y su Rusia natal por el país imaginario de *Poldavia* (Véase [Ac; p. 66]).

Al revivir estas anécdotas, el grupo acordó adoptar el nombre de Bourbaki como autor de la futura obra. En cuanto al nombre de pila, la responsable de la elección fue **Eveline de Possel**, por entonces esposa de René de Possel y futura esposa de André Weil.

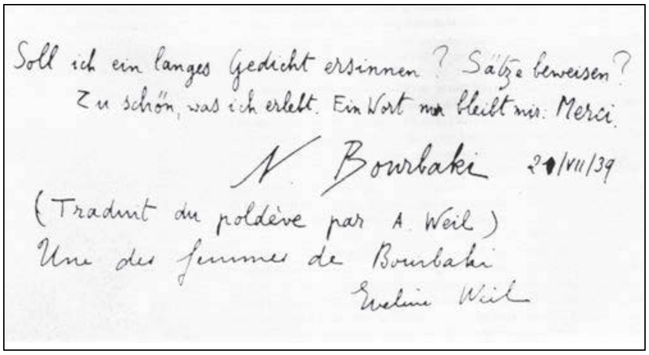
El problema de elegir un nombre se había hecho urgente a finales de 1935, cuando se decidió establecer de manera irrefutable la existencia de Bourbaki con la inmediata publicación de una nota en los *Comptes Rendus* de la Academia de Ciencias. Para ello, además de un nombre completo, hacía falta que un miembro de la Academia presentara el trabajo, avalando la seriedad de su contenido científico, junto con algunos detalles de la biografía de su autor. El propio Weil se encargó de escribir la nota y enviarla a **Elie Cartan,** padre de Henri Cartan, quien estaba al corriente de las actividades y proyectos del grupo, junto con una carta explicativa y una pequeña "biografía" del autor, al que se atribuía un origen "poldavo". Cartan aprovechó una agradable y etílica sobremesa con algunos colegas académicos para conseguir su aceptación.

Poldavia, patria de Bourbaki, también tiene su origen en una broma de los estudiantes de la Escuela Normal Superior: En 1910 los estudiantes se dedicaron a recoger diversos individuos en los bares de Montparnasse y, a cambio de algunos convites, les hicieron pasar por representantes de la "nación poldava" Previamente se habían mandado cartas, dirigidas a personalidades de la política y la cultura, que comenzaban así: "Seguramente Vd. no ignora las desventuras de la nación poldava..." Se recibieron muchos testimonios de apoyo y simpatía y en el momento oportuno se convocó un acto público de solidaridad, que terminó con un emotivo discurso en el que el principal orador acabó con estas palabras: "...y yo, Presidente del Parlamento poldavo, vivo ahora en el exilio, en una miseria tal que ni siquiera puedo comprarme pantalones." Y, efectivamente, subiéndose a la mesa, mostró al público asistente lo cierto de sus palabras. (Véase [We; pág. 106-107]).

Poldavia se convirtió así en la patria de origen de muchos de los personajes inventados por los bromistas *normaliens*. Como ejemplo, podemos citar el descrito por **Halmos** en [Ha, pág. 91]: *"Aproximadamente al mismo tiempo que Bourbaki comenzaba, otro grupo de bromistas inventó la figura de **E.S. Pondiczery,** un supuesto miembro del Instituto Real de Poldavia... Su contribución más importante fue el único uso conocido de un seudónimo de segundo orden. Al presentar para su publicación un artículo sobre la teoría matemática de la caza del león a The American Matematical Monthly, Pondiczery pedía en una carta que se le permitiese usar un seudónimo, a causa de la naturaleza obviamente poco habitual del tema. El editor estuvo de acuerdo y el artículo apareción (en 1938) bajo el nombre de **H. Pétard**."*

Desde su fundación, los integrantes del grupo Bourbaki siempre se han caracterizado por su carácter bromista y, a veces, irreverente. Con frecuencia han difundido historias sobre sí mismos, muchas veces falsas y a menudo contradictorias. También han intentado construir toda una historia ficticia sobre el personaje, al que dotaron de una hija, Betti, e incluso distribuyeron su participación de matrimonio con el anteriormente citado H. Petard en 1939.

Pero, como en los mejores folletines, a veces aparecen parientes inesperados. Y esto le ocurrió a Bourbaki en 1948. Mientras Henri Cartan desayunaba, su esposa le pasó el teléfono diciéndole: "Bourbaki


Soll ich ein langes Gedicht ersinnen? Sätze beweisen?
Zu schön, was ich erlebt. Ein Wort nur bleibt mir: Merci
N. Bourbaki 24/VII/39
(Traduit du poldève par A. Weil)
Une des femmes de Bourbaki
Eveline Weil

Autógrafo de Bourbaki (1939).


Monsieur NICOLAS BOURBAKI, Membre Canonique de l'Académie Royale de Poldévie, Grand Maître de l'Ordre des Compacts, Conservateur des Uniformes, Lord Protecteur des Filtres, et Madame, née BIUNIVOQUE, ont l'honneur de vous faire part du mariage de leur fille BETTI avec Monsieur HECTOR PÉTARD, Administrateur-Délégué de la Société des Structures Induites, Membre Diplômé de l'Institute of Class-field Archaeologists, Secrétaire de l'Oeuvre du Sou du Lion.

Monsieur ERSATZ STANISLAS PONDICZERY, Complexe de Recouvrement de Première Classe en retraite, Président du Home de Rééducation des Faiblement Convergents, Chevalier des Quatre U, Grand Opérateur du Groupe Hyperbolique, Knight of the Total Order of the Golden Mean, L.U.B., C.C., H.L.C., et Madame, née COMPACTENSOI, ont l'honneur de vous faire part du mariage de leur pupille HECTOR PÉTARD avec Mademoiselle BETTI BOURBAKI, ancienne élève des Bienordonnées de Besse.

L'isomorphisme trivial leur sera donné par le P. Adique, de l'Ordre des Diophantiens, en la Cohomologie principale de la Variété Universelle, le 3 Cartembre, an VI, à l'heure habituelle.

L'orgue sera tenu par Monsieur Modulo, Assistant Simplexe de la Grassmannienne (lemmes chantés par la Scholia Cartanorum). Le produit de la quête sera versé intégralement à la maison de retraite des Pauvres Abstraits. La convergence sera assurée.

Après la congruence, Monsieur et Madame Bourbaki recevront dans leurs domaines fondamentaux. Sauterie avec le concours de la fanfare du 7e Corps Quotient.

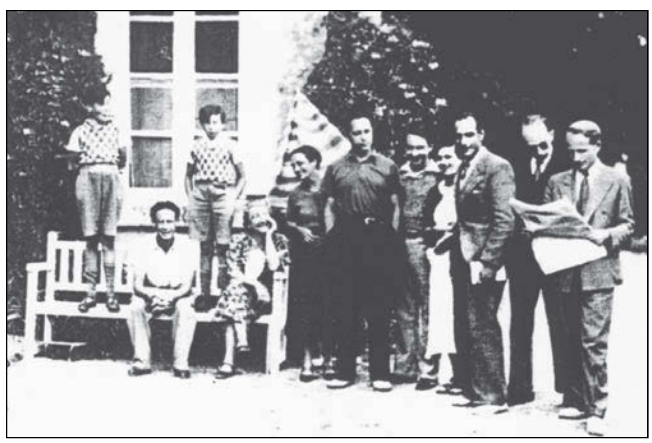
Anuncio de la Boda de Betti Bourbaki con Hector Petard (1939).

quiere hablar contigo". En el teléfono Cartan oyó una voz que le decía: "Me llamo Bourbaki y deseo hablar con Vd." Pensando que se trataba de una broma, Cartan contestó a su vez: "Sin duda tiene Vd. una gran barba blanca, ¿no?" La respuesta, en un tono bastante enfadado, fue "no, no tengo barba e insisto en encontrarme con Vd. cuanto antes". Escamado, Cartan concertó una cita con su interlocutor. A la hora prevista, vio aparecer un caballero de porte distinguido que puso sobre la mesa un pasaporte diplomático a nombre de **Nicolaides Bourbaki**, agregado comercial de la embajada de Grecia en París. Explicó que había rastreado el origen de su familia hasta llegar a dos hermanos que se distinguieron en Creta en el siglo XVII, en la lucha contra los turcos. En la expedición a Egipto, Napoleón tuvo por piloto un Bourbaki. Su hijo llegó a ser oficial francés y de él descendía el general de Napoleón III que cita la historia. Nicolaides Bourbaki tuvo conocimiento, a través de un artículo de **André Lichnerowicz** en una Revista cultural, de la existencia de un grupo de personas que habían tomado el nombre de Bourbaki para publicar una serie de libros de matemáticas, y quería pedir explicaciones. Cartan le puso en contacto con el grupo y, desde entonces y durante bastantes años, Nicolaides se convirtió en miembro honorario del grupo y participó en las cenas con las que terminaba cada Congreso.

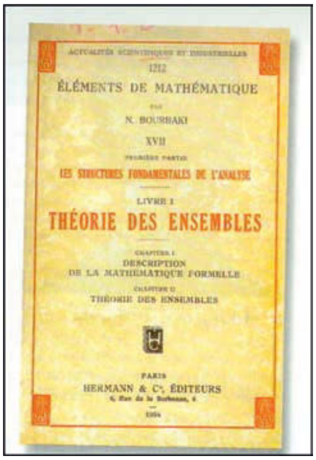
## DESARROLLO Y ORGANIZACIÓN.

André Weil había realizado un viaje por España en agosto y septiembre de 1934, y quedó tan impresionado que decidió volver en la primavera de 1936, esta vez acompañado de su futura esposa, que estaba en trámites de divorciarse. Como cuenta en sus Memorias, *"deslumbrado por El Escorial, hice todo lo posible para que Bourbaki pudiera celebrar su Congreso de verano en un instituto próximo al monasterio..."* ([We]). Obviamente, el estallido de la guerra civil española frustró este proyecto. En el último momento, la madre de Chevalley ofreció al grupo la casa que poseía en Chançays en Touraine, cerca de Vouvrai, donde también se celebró el siguiente Congreso.

Para el momento del segundo congreso, el propósito original del grupo se había quedado pequeño. El "paquete abstracto", es decir, los prerrequisitos necesarios para la exposición de los temas clásicos de Análisis, no cesaba de crecer, transformándose por momentos en una parte predominante y original del tratado. Ante esta evidencia, los primeros Bourbakistas abandonaron su idea original de escribir un libro de texto para la enseñanza universitaria y se propusieron, en cambio, un objetivo mucho más ambicioso: en palabras de A. Weil,



Congrés Bourbaki (Chançay 1936).




*“Se trataba de construir una base suficientemente amplia y sólida para sustentar lo esencial de las matemáticas modernas”.*

Como puntualiza J. Dieudonné [D2], se decidió elaborar un tratado que contuviera, de forma clara, precisa y sistemática, los teoremas y resultados básicos para *todas* las teorías existentes en matemática pura. Aparentemente, no se trató nunca la posibilidad de incluir la matemática aplicada (según Dieudonné, por la falta de interés y competencia en el tema de los colaboradores, aunque en algún momento se consideró la idea de incluir teoría de probabilidad y análisis numérico, pero pronto se desechó.)

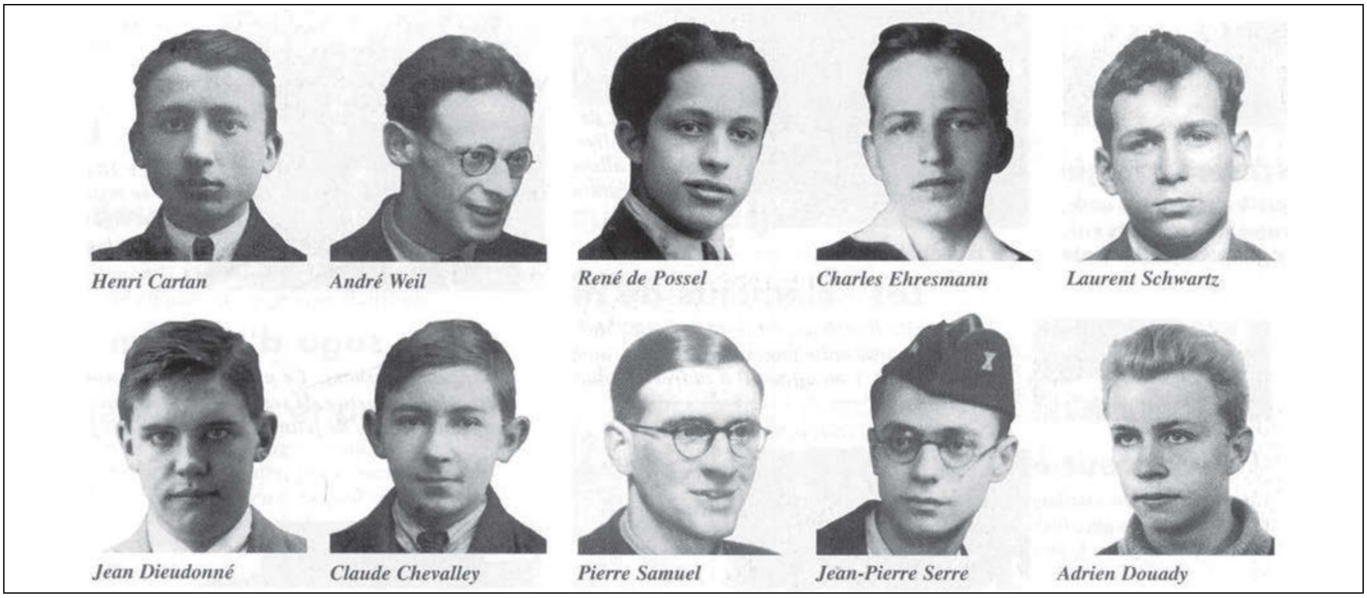
A lo largo de estos dos congresos se fijó el método de trabajo. Una vez elegido un tema, sobre la base de un informe preliminar y tras su discusión en el Congreso, se designaba a uno de los miembros para realizar una primera redacción, que se enviaría a los demás.. En el siguiente Congreso, esta redacción sería discutida y criticada sin piedad y sufriría profundas modificaciones o incluso, en algunos casos, sería rechazada en su totalidad. Con las conclusiones obtenidas, se encargaba una segunda redacción, posiblemente a un miembro diferente, y el proceso se repetía hasta alcanzar la unanimidad (otra de las reglas del grupo). El método pone de manifiesto la imposibilidad de atribuir un texto cualquiera de Bourbaki a uno o varios de sus miembros. Como dice Weil en [We] “*sin duda se precisaba un gran acto de fe para pensar que este proceso iba a converger; pero nosotros teníamos fe en Bourbaki. No obstante, quedamos muy sorprendidos la primera vez que logramos aprobar un texto para su impresión; se trataba del* fascicule de résultats *de la teoría de conjuntos aparecido en 1939”*. El texto correspondiente, encargado a Cartan para la conferencia “de El Escorial”, había sido rechazado, por lo que el grupo decidió publicar una especie de resúmen de la teoría de conjuntos, sin incluir demostraciones, en el que se fijara las notaciones y recogiera los principales resultados que se iban a usar en los capítulos venideros. Por cierto, para ese libro Weil creó la notación universal que utilizamos actualmente para el conjunto vacío: $\varnothing$.

También en el segundo Congreso se fijaron a grandes rasgos las normas de redacción (incluyendo la presentación tipográfica): las demostraciones se incluirían en su totalidad y con la mayor precisión. La terminología y las notaciones serían uniformes a lo largo de toda la obra. Cada capítulo finalizaría con una serie de ejercicios y también (a propuesta de Weil) con una “discusión histórica”. Por último, se decidió incluir en cada volumen un folleto suelto de *instrucciones de uso*, que son un conjunto de indicaciones para la utilización adecuada del tratado. Incluye los prerrequisitos necesarios, la organización de los libros en capítulos y su mutua interdependencia.

Por otro lado, la magnitud de la obra emprendida hacía que el nombre inicial de “Tratado de Análisis” le quedara corto, por lo se acordó adoptar el título de *Eléments de Mathematique*, sin “s”, para indicar, por una parte, la amplitud de la obra, dedicada a la matemática como un todo, y por otro la analogía con los célebres *Elementos* de Euclides, que significaron en su época el compendio de todo el saber de los griegos en geometría. Había que repensar de nuevo la matemática, dejando atrás los clichés antiguos y encontrar una nueva organización de las mismas, basadas en un punto de vista innovador[3]

Los jóvenes integrantes del grupo eran conscientes de la importancia de la tarea que habían emprendido, pero también tenían una confianza absoluta en sus posibilidades, como confiesa Chevalley en una entre-

[3] En este sentido, los jóvenes bourbakistas son claros hijos de su tiempo, caracterizado por un intento de romper con lo antiguo y crear nuevos paradigmas tanto en la ciencia como en el arte, la psicología, la semántica, o la antropología. Más adelante volveremos sobre este punto.




vista realizada en 1985 ([Gu]) *"Yo sentía que estábamos sacando al mundo (de las matemáticas, claro está) de la oscuridad"* y, más adelante insiste en que *"esa sensación iba acompañada de la absoluta certeza de que éramos superiores a otros colegas, de que nuestro trabajo tenía un nivel mayor que el del resto de los matemáticos de nuestro tiempo."*

Una consecuencia de esa idea de mantener siempre un espíritu innovador, fue la de fijar como edad límite de permanencia en el grupo los 50 años, condición que fue respetada por todos los miembros que se fueron incorporando posteriormente. Bien es verdad que varios miembros han abandonado prematuramente el grupo, a veces por desacuerdos con la orientación del grupo (por ejemplo, P. Dubreil y Jean Leray abandonaron el grupo muy pronto), y otras por razones más personales, como es el caso de René de Possel (su esposa Eveline se convirtió, tras su divorcio en 1937, en Eveline Weil). En cuanto a la incorporación de nuevos miembros, el proceso utilizado es también singular: Con frecuencia se invita a asistir a los Congresos del grupo a una o dos personas ajenas al mismo. A veces se trata de un *cobaya*, es decir, un candidato potencial a ser miembro del grupo, que es sometido a prueba. Y, como a los cobayas en la investigación biológica, se les somete a todos los virus. Si supera el examen, será invitado a integrarse en el grupo. Uno de estos *cobayas,* **Armand Borel,** después miembro activo del grupo durante 25 años, narra así su impresión al asistir a su primer Congreso en 1949:

*"Una sesión típica podría consistir en la lectura del borrador de algún capítulo de un libro o de un informe preliminar sobre un tema para su posible inclusión. Se leía en voz alta, línea a línea, por uno de los miembros del grupo; cualquier otro podía interrumpir (¡y de hecho lo hacían!) en todo momento para comentar, preguntar o criticar.*[...] *A menudo la reunión se convertía en un intercambio caótico de gritos* [...] *En particular, Dieudonné, con su voz estentórea y sus opiniones tajantes, contribuía no poco a elevar el volumen de decibelios de la conversación..."* ([Bo]).

Este carácter anárquico y caótico de las reuniones era cuidadosa y deliberadamente cultivado por el grupo, pensando que cualquier esfuerzo de organización más "racional" conduciría inevitablemente a la elaboración de un tratado convencional, análogo a los ya existentes.

A partir de 1948 el grupo organizó de manera sistemática sus reuniones, dividiéndolas entre el *Seminario Bourbaki*, con tres reuniones anuales, destinado a discutir y exponer los desarrollos recientes en las distintas áreas de la Matemática y los *Congresos*, en los que se decidía el contenido de los libros a publicar.

Otra característica del grupo es su secretismo. Como sabemos, al principio no fue así, pero a medida que el grupo crecía en importancia e influencia, se fue instaurando unos comportamientos propios de una sociedad secreta. Ninguna persona exterior al grupo conoce la composición del mismo, ni sus actividades,

Congreso Bourbaki de Murols (1954). De izquierda a derecha: Roger Godement, Jean Dieudonné, André Weil, Saunders Mac Lane y Jean Pierre Serre.

ni las fechas o lugar de sus Congresos. Los miembros del grupo deben ocultar su pertenencia al mismo. Se sabe que los *fundadores* fueron abandonando el grupo al llegar a la edad límite, que el número de sus miembros parece variar entre 10 y 15 y que, según mis noticias, ninguna mujer ha pertenecido al grupo. Según declara **P. Cartier** en una entrevista concedida en 1997 (véase [Se]) los integrantes de las primeras tres generaciones de Bourbaki (obviamente, con solapamiento entre ellas) son:

**Primera generación** (*Padres Fundadores*):

*André Weil, Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsarte, Jean Dieudonné.*

(Como sabemos, hubo otros participantes en el grupo al comienzo, como *Szolem Mandelbrojt, René de Possel* y *Charles Ereshmann***,** pero lo abandonaron posteriormente).

**Segunda generación** (invitados tras la segunda guerra mundial):

*Laurent Schwartz, Jean-Pierre Serre, Pierre Samuel, Jean-Louis Koszul, Jacques Dixmier, Roger Godement* y *Samuel Eilenberg***.**

**Tercera generación**:

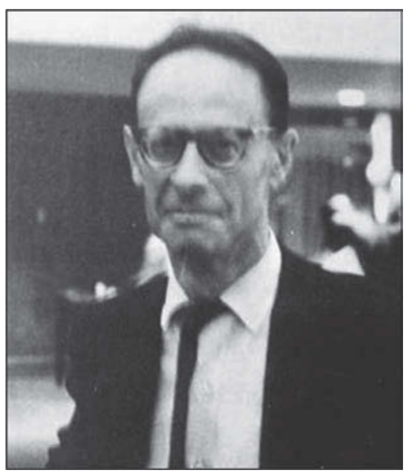
*Armand Borel, Alexander Grothendieck, François Bruhat, Pierre Cartier, Serge Lang* y *John Tate.*

En todo caso, la composición exacta en cada momento es casi imposible de conocer. Casi todos los miembros son franceses o de origen francés, con la notable excepción de **Samuel Eilenberg** (creador, con **Saunder MacLane** de la teoría de categorías), americano de origen polaco, experto en topología algebraica y conocido por sus amigos de juventud con $S^2P^2$ (es decir, *Smart Sammy, the Polish Prodige*). Se sabe que han sido miembros del grupo matemáticos como **A. Connes, A. Douady, Ch. Pisot, M. Demazure, F. Bruhat,** etc.

En la década de 1960 se incorporó al grupo la cuarta generación, integrada fundamentalmente por ex alumnos de **Grothendieck.** Éste había sido miembro de Bourbaki durante unos 10 años, pero lo abandonó por discrepancias con la filosofía del mismo y por su dedicación a su propio proyecto sobre la refundación de la Geometría Algebraica.

A raíz del éxito de ventas de los volúmenes de los *Éléments*, el grupo se dota de una estructura oficial para gestionar los diversos problemas prácticos: la *Asociación de Colaboradores de Nicolas Bourbaki*, creada en 1952 con domicilio social en el de Jean Delsarte, y después en el de Jean-Pierre Serre. A partir de 1972 se establece en un despacho de la Escuela Normal Superior, donde continúa en la actualidad.

Finalmente digamos que, en principio, no existen jerarquías en el grupo, si bien hay que decir que el impulsor e ideólogo principal durante la primera época fue, sin duda, André Weil, mientras que Jean Dieudonné tomó cada vez más protagonismo como portavoz oficioso (incluso después de su retirada del



André Weil (1906-1998)

Jean Dieudonné (1906-1992)

mismo por haber alcanzado la edad tope de 50 años.) En épocas más recientes, se citan como personajes motores del grupo a Jean Pierre Serre, Michel Demazure, y Pierre Cartier, entre otros.

## LA FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS DE BOURBAKI.

Tras los primeros Congresos, cuando se decidió emprender la tarea de elaborar los *Éléments,* y se fijaron las directrices a seguir, Bourbaki declaró abiertamente su idea de las matemáticas a través de dos artículos publicados con su nombre [B1] y [B2]. Por cierto, en este último (al parecer, redactado por Dieudonné), en una nota al pie de página dice: *"El profesor N. Bourbaki, antiguo miembro de la Real Academia de Poldavia, reside actualmente en Nancy, Francia, y es autor de un extenso tratado sobre matemáticas modernas, en curso de publicación bajo el título Éléments de Mathématique (Hermann et Cie, Paris 1939- ), del cual han aparecido ya diez volúmenes."* Es decir, se da carta de naturaleza a la personalidad ficticia del personaje.

Como hemos dicho anteriormente, el objetivo final de Bourbaki fue la elaboración de un tratado que, partiendo desde el principio, contuviera los fundamentos y resultados básicos de *toda* la matemática pura.

Lo primero que hay que destacar de esta concepción, es que, como distintos miembros del grupo han destacado, la obra va dirigida al *matemático profesional*, cuyo interés estriba en la resolución de problemas, investigación y exposición de teoremas y teorías, para servir como obra de referencia y consulta. Para entender mejor la posición de Bourbaki, quizá convenga analizar con un poco más de detalle la situación con la que se encontró el grupo alrededor de 1930. En efecto, la matemática había crecido desmesuradamente en el periodo 1870-1930, con la aparición de nuevas y potentes teorías en casi todas sus ramas (pensemos, por ejemplo, que en ese periodo aparecieron, entre otras: la teoría de conjuntos de Cantor-Zermelo, la teoría de representación de grupos, la integral de Lebesgue, la topología general, el álgebra no conmutativa, etc.)[4]. Bourbaki es consciente de las dificultades a que puede llevar la *"exuberante proliferación"* de nuevas teorías matemáticas, con el peligro de convertirse en una *"torre de Babel, en la que distintas disciplinas autónomas se van separando más y más unas de otras, no sólo en sus objetivos, sino también en sus métodos e incluso en su lenguaje"*[B2; pág. 221]

Por supuesto, Bourbaki no fue el primero en preocuparse por la creciente diversificación del conocimiento matemático. Ya **D. Hilbert** había planteado varios años atrás la cuestión de la unidad de las matemáticas contemporáneas, en términos muy similares a los usados por Bourbaki al comienzo de [B2][5]. Y, por supuesto, Hilbert es una de las fuentes de inspiración reconocida de los primeros bourbakistas.

Aunque en muchas de las nuevas teorías se habían escrito excelentes monografías, era evidente la falta de

[4] Según [DH], en 1868 el *Jahrburg über die Fortschritt der Mathematk* dividía las matemáticas en 12 disciplinas y 30 subdisciplinas, mientras que el *Zentralblatt* registraba en 1934 68 disciplinas y 197 subdisciplinas.

[5] *La ciencia matemática es, en mi opinión, un todo indivisible* [...] *En cuanto a la diversidad del conocimiento matemático, somos claramente conscientes de la semejanza de las relaciones lógicas, la interrelación de ideas en las teorías matemáticas y las numerosas analogías en las distintas áreas. También nos damos cuenta de que, cuanto más se desarrolla una teoría matemática, más armónica y uniformemente continúa su construcción, y aparecen insospechadas relaciones entre ramas en principio separadas de la ciencia.*(Hilbert. Citado en [Co], pág. 307.)

referencias adecuadas para los prerrequisitos comunes a muchas de ellas, o las nociones y técnicas necesarias, que se habían originado propiamente en otras teorías. Bourbaki, siguiendo la tradición universalista de la matemática francesa de los siglos XVIII y XIX, intentó remediar esa situación, tratando de proporcionar al matemático profesional, en palabras de J. Dieudonné, un *equipo de herramientas* adecuado.

Pero, ¿cómo abordar esta tarea? Ya hemos visto que en los primeros Congresos del grupo se decidió el método de trabajo e incluso el estilo de redacción. La declaración programática del grupo, recogida como hemos dicho en los ya citados artículos [B1] y [B2], comienza con una ferviente declaración de fe en la unidad de la Matemática: Y, siguiendo también las ideas de Hilbert, Bourbaki elige el *método axiomático* para mostrar esa unidad de las matemáticas, ya que esta forma de exposición permite desarrollar una metodología unificada y, a la vez, mostrar las analogías existentes entre áreas aparentemente lejanas. Este método axiomático no hay que confundirlo con el formalismo lógico, pues:

> *Lo que el método axiomático se propone como objetivo esencial es precisamente lo que el formalismo lógico, por sí sólo, es incapaz de dar, esto es, la profunda inteligibilidad de las matemáticas. El método axiomático se basa en la convicción de que, no sólo la matemática no es una mera concatenación al azar de silogismos, sino que tampoco es una colección de* trucos*, más o menos ingeniosos, a los que se llega por una serie de afortunadas combinaciones.*[...].*El método axiomático enseña a buscar las razones profundas, a encontrar las ideas comunes a varias teorías, sepultadas bajo la acumulación de detalles propios de cada una de ellas..."* [B2, pág. 223].

Además del método axiomático, Bourbaki propone como instrumento básico para desarrollar su programa unificador de la matemática la idea de *estructura.* Por supuesto, Bourbaki no es el inventor de este concepto, como reiteradamente ha señalado (véase, por ejemplo, [D2, Pág. 619]), pero que sin duda es uno de los mayores responsables del papel preeminente que ha tomado esta noción en la moderna organización de las Matemáticas. Y, de hecho, se suele asociar a Bourbaki con lo que se conoce como "filosofía estructural de las matemáticas."[6] Pero, ¿qué significa esto?

A partir de Gauss, cada vez se hace más evidente que la clasificación tradicional de las Matemáticas resultaba inadecuada. En efecto, el punto de vista clásico distinguía las distintas ramas de las matemáticas según la naturaleza de los objetos que estudiaban: La aritmética era la ciencia de los números; la geometría estudiaba los objetos en el espacio; el análisis estudiaba las funciones, etc. Sin embargo, cada vez con mayor frecuencia, técnicas y resultados de una de estas "parcelas" de las matemáticas, se mostraban útiles en otra "parcela". De esta forma, a lo largo del siglo XIX fue poniéndose en evidencia que lo relevante no era la *naturaleza* de los objetos estudiados, sino las *relaciones* entre ellos. Así van surgiendo, no sin dificultad, las primeras *estructuras algebraicas* (grupos, anillos, cuerpos, espacios vectoriales), que permiten agrupar bajo una misma denominación conjuntos formados por elementos de naturaleza muy distinta, pero que gozan de una serie de relaciones y propiedades comunes. Estas nociones permiten también explicar las grandes semejanzas advertidas entre teorías aparentemente muy distintas.

Antes de Bourbaki ya habían aparecido algunos textos en áreas concretas de la matemática redactados con esta visión *estructuralista.* Uno de ellos, con gran influencia en el desarrollo posterior del Análisis Funcional, es *Théorie des Opérations Linéaires*, publicado en 1932 por Stefan Banach[7], en el que se recogen los desarrollos fundamentales de la teoría de espacios normados en la década de 1920-1930 ([Ba]). Pero la obra que más influyó en los primeros bourbakistas fue, sin duda, *Moderne Algebra* de **B. L. van der Waerden**, aparecida en 1930, obra que tuvo un enorme impacto y contribuyó decisivamente a la adopción casi universal del punto de vista estructural

---

6 Son muchos los matemáticos e historiadores de las matemáticas que han aceptado la identificación de las *estructuras matemáticas* con Bourbaki. Por ejemplo, en el artículo [Se] la autora atribuye directamente a Bourbaki el descubrimiento de la noción de estructura matemática. En [Co; pág. 294 y sigs.] pueden verse otras citas y referencias en este sentido.

7 En el prólogo, dice Banach: *"Es interesante ver como ciertos teoremas dan resultados en disciplinas muy alejadas entre sí. Así, por ejemplo, el teorema de extensión de un funcional aditivo resuelve simultáneamente el problema general de la medida, el problema de los momentos y el de la existencia de un sistema de infinitas ecuaciones lineales con infinitas incógnitas.*

en la organización y desarrollo del álgebra.[8] Los jóvenes fundadores de Bourbaki eran, como hemos dicho, admiradores de la escuela alemana de matemáticas y conocían y admiraban el libro de van der Waerden, hasta el punto de que lo tomaron como modelo para su estilo de redacción (véase [D2]; pág. 619])[9].

El objetivo de Bourbaki fue extender esta forma de exposición y organización a *toda* la matemática. Para ello, distingue tres tipos básicos de *estructuras fundamentales*: Las estructuras *algebraicas*, las de *orden* y las *topológicas*, yendo de menor a mayor grado de abstracción necesario para la formulación de sus axiomas. A partir de estos tres tipos de estructuras, pueden crearse estructuras *compuestas* por una o más estructuras "simples" sobre un mismo conjunto, relacionadas a través de ciertos axiomas de compatibilidad. Así aparecen las estructuras de grupo, anillo, cuerpo y espacio vectorial *topológico,* la de *espacio de medida* o la de *variedad diferenciable,* por poner algunos ejemplos.

El método axiomático y la organización en términos de estructuras matemáticas permiten al matemático una considerable economía de pensamiento. Tan pronto como se reconoce que los objetos bajo estudio satisfacen los axiomas de una cierta estructura, se dispone inmediatamente del arsenal completo de resultados generales conocidos para esa estructura, sin tener que demostrarlos de nuevo en cada caso particular. Sin embargo, nada más lejos de la concepción de Bourbaki que reducir las matemáticas a un

> *"...juego puramente mecánico de fórmulas aisladas; más que nunca, la intuición domina en la génesis de los descubrimientos. Pero, además,* [el matemático] *dispone ahora de la poderosa maquinaria suministrada por la teoría de los grandes tipos de estructuras; con una sola ojeada, barre inmensos dominios, unificados ahora por el método axiomático, en los que antes parecía reinar el caos más completo."* [B2;, pág. 228].

Para Bourbaki,

> *"El matemático no trabaja como una máquina o como un obrero en una cadena de montaje. Nunca se insistirá demasiado en el papel fundamental que juega en sus investigaciones una forma especial de* ***intuición****, que no es lo que vulgarmente se entiende por esta palabra, sino más bien una especie de* ***adivinación*** *(más allá de todo razonamiento) del comportamiento normal que se puede esperar de los entes matemáticos...Y cuando el investigador descubre súbitamente una estructura en los fenómenos que está estudiando, es como una modulación repentina que orienta de golpe en una dirección inesperada el curso intuitivo de su pensamiento, e ilumina con una nueva luz el paisaje matemático en el que se mueve."* [B2; pág. 227].

Bourbaki es también consciente del rechazo que muchos matemáticos sienten contra el método axiomático, al que acusan de estéril y poco motivador. Sin embargo mantiene que, a pesar de algunos excesos, el desarrollo del método ha mostrado claramente su potencia y utilidad, y la oposición que todavía recibe de vez en cuando, "*sólo puede explicarse por la natural dificultad de la mente a admitir que en el estudio de problemas concretos, pueda resultar tremendamente fructífera una forma especial de intuición que no viene sugerida directamente por los elementos considerados, y que a menudo sólo se adquiere tras un profundo y a veces difícil proceso de abstracción."* [B2, pág. 230].

Una vez establecido el marco del tratado, su *esqueleto*, por así decir, había que decidir que *substancia* debía rellenar este molde. Rechazadas desde el principio las tentaciones enciclopédicas, había que elegir el repertorio óptimo de las definiciones y teoremas (con demostraciones completas, como ya dijimos) que el matemático profesional podía necesitar, es decir, qué incluir en el *juego de herramientas* que pretendía ser el tratado.

Como reconoce Dieudonné en [D2], la elaboración de cada Capítulo de los *Éléments* ha originado muchas y duras discusiones entre los colaboradores de Bourbaki, y a menudo el acuerdo no se ha logrado hasta después de varios años de polémica. Pero estas discusiones nunca han trascendido al *mundo exterior*. No existe, por tanto, un pronunciamiento oficial del grupo sobre los criterios de selección del material incluido en el tratado. Sin embargo, podemos hacernos

[8] Véase [Co] para una amplia discusión sobre la influencia de la obra de van der Waerden en el desarrollo del álgebra.

[9] P. Cartier, en la entrevista [Se] dice: *Su objetivo era claro* [Bourbaki] *tenía que someter todas las matemáticas al esquema de Hilbert. Lo que van der Waerden había hecho con el álgebra tenía que hacerse con el resto de las matemáticas.*

una idea bastante aproximada a través de las opiniones (puramente personales, como reiteradamente declara) de J. Dieudonné en [D2]. En su opinión, los avances significativos en Matemáticas se deben siempre a un porcentaje muy reducido de los matemáticos profesionales. Por ello, un elemento decisivo para decidir si una determinada herramienta debe ser incluida en la obra, es si ha sido utilizada por grandes matemáticos y qué importancia le han atribuido.

Como ya dijimos, los fundadores bourbakistas eran admiradores de Dedekind, Hilbert y, en general, la escuela alemana de álgebra y teoría de números de los 1920. El común denominador de estos matemáticos es el uso sistemático de nuevos conceptos y métodos "abstractos" para resolver problemas clásicos; y ésta es para Dieudonné la idea central de Bourbaki.

Por otro lado, la declarada vocación de utilidad, hace que no se incluyan en la obra resultados y teoremas que representan esencialmente el final de una teoría, sin previsibles nuevas aplicaciones. Como ejemplo de esto, Dieudonné menciona el criterio de Galois de resolución por radicales de una ecuación algebraica (que fue el objetivo fundamental por el que Galois inventó su teoría). Este resultado resuelve un antiguo e importante problema, pero no se le han encontrado nuevas aplicaciones significativas. Por tanto, se optó por no incluirlo en el tratado de álgebra, aunque por supuesto la teoría de Galois se estudia en profundidad, como instrumento básico que es en teoría de números y geometría algebraica. En resumen, no se incluyen en el tratado de Bourbaki:

a) Las teorías abstractas sin motivación, dejadas de lado por los grandes matemáticos (la *"basura axiomática"*, en palabras de Dieudonné.)[10]

b) Los productos finales de teorías, que no constituyen a su vez nuevas herramientas.

c) Aquellas teorías, activas y muy importantes en opinión de los grandes matemáticos, pero que todavía no admiten una clara descripción en términos de relaciones entre estructuras significativas; como ejemplos Dieudonné pone la teoría de grupos finitos o la teoría analítica de números.

d) Aquellas teorías en pleno desarrollo y ebullición, con incorporación constante de nuevas ideas y métodos, que no admiten el menor intento de organización sistemática; son ejemplos la topología diferencial y algebraica, la geometría algebraica, los sistemas dinámicos, etc.

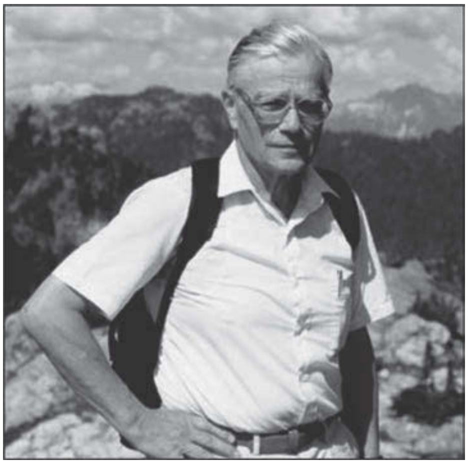
e) Finalmente, se han dejado de lado la mayor parte de las matemáticas *aplicadas* (en sentido amplio): el análisis numérico, la teoría de probabilidades, la informática teórica, la teoría de optimización, etc. Esta omisión es comprensible, pues la mayor parte de estos temas no se prestan demasiado a un desarrollo axiomático y estructural[11].

Así pues, el alcance del tratado de Bourbaki se ha ido reduciendo, aunque aún supone una obra monumental: esencialmente, se centra en el estudio de las tres estructuras básicas: de orden, algebraicas y topológicas, junto con algunas de sus combinaciones (grupos y espacios vectoriales topológicos, por ejemplo), la teoría de integración y los métodos fundamentales del cálculo. Posteriormente se incluyó el álgebra conmutativa, álgebras y grupos de Lie y algo de teoría espectral. También ha aparecido un fascículo de resultados sobre variedades y parece que se estuvo considerando la posibilidad de incluir parte de la geometría analítica.

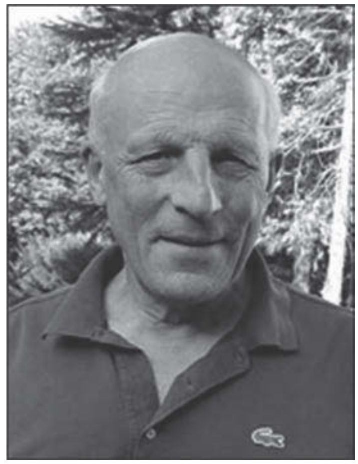
Por otro lado, la insistencia de Bourbaki de mantener siempre una terminología rigurosamente correcta a lo largo de toda su obra, conduce con frecuencia a una cierta pedantería e ilegibilidad del texto. Este

[10] Sobre la dificultad del proceso de elección se manifiesta H. Cartan del siguiente modo: *No existe una regla general en matemáticas que permita juzgar lo que es interesante y lo que no lo es. Solo una comprensión completa de las teorías existentes, una evaluación crítica de los problemas considerados o un repentino e inesperado golpe de intuición, puede permitir al investigador elegir un sistema apropiado de axiomas* [Ca1; pág. 177].

[11] Obviamente, varios de estos criterios son dinámicos y parte de las excepciones citadas han dejado de serlo, como muestra por ejemplo la sistematización de la Geometría Algebraica llevada a cabo por A. Grothendieck, uno de los más brillantes miembros de Bourbaki. Por otro lado, el desinterés de Bourbaki por la matemática aplicada ha sido considerado uno de los principales motivos del retraso del desarrollo de estas disciplinas en Francia (aunque no hay que olvidar que **J .L. Lions,** considerado como el fundador de la brillante etapa de la matemática aplicada moderna actual en Francia, fue alumno de L. Schwartz, quien también dirigió los trabajos de doctorado de especialistas como **J. P. Kahane** o **B. Malgrange.)**



A, Borel (1923-2003)



Pierre Cartier (1932- )

aspecto quizá excesivamente formal y abstracto, buscando siempre el rigor extremo y la máxima generalidad, es una de las acusaciones que se hacen frecuentemente a los *Éléments*. Pero no olvidemos que la motivación inicial del grupo era romper con la forma de hacer de los tratados usuales de matemáticas de comienzos del siglo XX. Además, una rápida excursión a cualquier biblioteca de matemáticas nos enseñará que hay en ella muchos libros considerablemente más formales que los de Bourbaki, con una densidad de símbolos por decímetro cuadrado mucho más elevada[12]. En cuanto a la generalización, citemos estas palabras de A. Borel:

> *Contrariamente a mis primeras impresiones [...] el objetivo del tratado no era la máxima generalidad, sino la más eficaz para responder a las necesidades de los usuarios potenciales en distintas áreas. Los refinamientos de teoremas que parecían sobre todo atraer a los especialistas, sin aparentemente aumentar sustancialmente el dominio de las aplicaciones, eran con frecuencia descartados.* [Bo; pág. 376]).

Y también se ha producido un cambio en la forma de redacción a lo largo de los años.

Como señala Pierre Cartier:

> *Los últimos volúmenes sobre Grupos de Lie contienen capítulos que no parecen de Bourbaki. Se hacen más y más explícitos, aparecen tablas y dibujos. Creo que se debe básicamente a la influencia de una sola persona: Armand Borel.* [Se: pág. 24]

Desde el punto de vista técnico, las críticas más fuertes a la obra de Bourbaki se refieren a los contenidos de teoría de conjuntos y fundamentos de las matemáticas. Recordemos que el primer volumen publicado por el grupo fue precisamente el fascículo de *Resultados* sobre Teoría de Conjuntos, tras cuatro años de discusión, dejando el *texto* completo para más adelante. La idea era que *"los lectores pudieran comprender las ideas de la teoría que serían utilizadas constantemente por Bourbaki"* [Gu, p. 20]. En un trabajo que lleva el contundente título de *The Ignorance of Bourbaki* [Ma], **A. R. D. Mathias** hace una feroz crítica de estos aspectos de la obra de Bourbaki, basada fundamentalmente en la falta de referencias al importante trabajo de Gödel, la elección por Bourbaki de la axiomática de Zermelo, en lugar de la de Zermelo-Fraenkel (más el axioma de elección) para la teoría de conjuntos y, en general el desinterés de Bourbaki por la lógica matemática. En el trabajo citado se dan abundante razones técnicas para sustentar el fuerte tono crítico del mismo, pero la opinión del autor queda bastante bien reflejada en esta frase (refiriéndose a la impresión producida al leer el volumen de *Théorie des Ensembles*: *"Parecía la obra de alguien que hubiera leído* Grundzüge der Mathematik *de Hilbert y* ***Ackermann****, y* Leçons sur les nombres transfinis *de* ***Sierpinski****, ambos publicados antes de 1928, pero nada más."* ([Ma, p. 5]. Y continúa más adelante ([Ma, p. 9]: "*Mi impresión es que... los Bourbakistas no estaban dispuestos a aceptar la posibilidad, fuertemente sugerida por los trabajos de*

12 ¡Ciertamente, quizá debido a la influencia de la propia obra de Bourbaki!

*Gödel, de que* no existen *fundamentos de las matemáticas en el sentido propuesto por Hilbert y adoptado por Bourbaki...”.*

Algunas de estas objeciones no parecen concordar con las palabras de Dieudonné: “*Entre los distintos sistemas lógicos... el que parecía adaptarse mejor al tratado era la teoría axiomática de conjuntos definida por Zermelo y completada por Fraenkel y Skolem...”* Y respecto a la actitud de Bourbaki hacia el problema de los fundamentos dice que *“puede describirse como de total indiferencia. Lo que Bourbaki considera importante es la* comunicación *entre matemáticos...”* [D2, p. 618]. Por ello no es de extrañar que la opinión de Bourbaki sobre la lógica y la teoría de conjuntos sea la de “*incluir en el tratado lo menos posible, esto es, lo que sea absolutamente necesario para las demostraciones de lo que Bourbaki considera teoremas importantes...”* [D2, p. 622][13].

Tampoco hay que ocultar que la obra de Bourbaki ha influido en la forma de enseñar matemáticas, con resultados no siempre positivos. Sin embargo, no parece que ello sea debido a una postura deliberada del grupo. Como señala Dieudonné, nunca se pronunció Bourbaki a favor de que los conceptos descritos en su tratado pudieran introducirse a un nivel inferior al de graduado universitario, y mucho menos en la escuela primaria o secundaria. En palabras de Dieudonné: “*No se puede hacer responsable a un autor por el uso que algunas personas hayan hecho de su obra, para justificar teorías o acciones que él nunca defendió.”* ([D2], pág. 623). Podemos añadir estas palabras de Chevalley en una entrevista realizada en 1981:

*“Siempre tuvimos muy claro que nadie estaba obligado a leer a Bourbaki. Creíamos sinceramente que si alcanzábamos el éxito sería sólo por el valor intrínseco de nuestro texto y no se convertiría su lectura en una* obligación*, como parece que es ahora...”* [Gu, p. 20].De todas formas, no se puede negar la influencia que ha tenido Bourbaki en la evolución de los contendidos de los programas de matemáticas en los distintos niveles educativos. En el caso de la enseñanza universitaria, es claro que este objetivo estaba ya presente desde la misma creación del grupo, y los miembros iniciales se dedicaron intensamente a tratar de modernizar la enseñanza de las matemáticas en las universidades francesas. Pero probablemente la influencia más importante en este sentido vino de la mano de **G. Choquet** (que nunca fue miembro de Bourbaki), impulsor de un importante programa de renovación de contenidos en la enseñanza de las matemáticas en la Universidad a partir de finales de los 1950, seguido por la labor de L. Schwartz (que *sí* era miembro de Bourbaki) en la Escuela Politécnica en la década siguiente (véase los comentarios al respecto en [Sch]). En todo caso, la contribución de Bourbaki en la renovación de la enseñanza de las matemáticas en los estudios universitarios no fue tanto como grupo, sino por parte de la actividad individual, de sus miembros[14]

La influencia de Bourbaki en la introducción en la enseñanza elemental de nociones muy abstractas, generalmente inútiles a ese nivel (lo que se conoce peyorativamente en la enseñanza primaria como “nuevas matemáticas” o “matemática moderna”) es mucho menos evidente. Pero probablemente no hay que desdeñar la influencia indirecta, sobre todo a nivel de la *filosofía* subyacente en los nuevos programas de matemáticas.

Hay que tener en cuenta el gran predicamento entre los psico-pedagogos de la época de las ideas de **Jean Piaget,** quien llegó a la conclusión de que existe una correspondencia muy estrecha entre los procesos del desarrollo psicológico espontáneo de la mente infantil, por medio de la cual el niño interactúa con el mundo, y las nociones de *estructuras madre* de las que hablaban los bourbakistas. Así pues, las estructuras mentales que permiten que los seres humanos puedan pensar de forma lógica tomarían como modelo estructuras matemáticas (véase [Pi]).

---

13 Hay muchos testimonios de esta posición de los bourbakistas ante el problema de los fundamentos. Por ejemplo, en una conferencia dada en 1948 Weil manifestó que *“si la lógica es la higiene del matemático, no es la que le da de comer; el pan cotidiano del que vive son los grandes problemas.”* (lo que implica que ninguna de las cuestiones estudiadas por los lógicos constituye un “gran problema” de las matemáticas.)

14 Obviamente, no hay que minusvalorar la influencia de los *Éléments* entre el profesorado universitario, como profesionales de la matemática, tanto en Francia como en otros países.

Por otro lado, a partir de los 1950 se produce en el mundo una serie de grandes cambios culturales, acompañados por un enorme desarrollo de la ciencia y la tecnología, junto con el acceso masivo a la enseñanza de las nuevas generaciones. La idea de que las matemáticas, como lenguaje científico por excelencia, "está por todas partes" y son esenciales para la formación y la cultura general de cada uno, hace que se plantee la tarea de transmitir una matemática universal y *democrática*, sin atender a prerrequisitos de orden cultural.

Así, como consecuencia de todos estos factores, en todo el primer mundo se va produciendo un cambio sobre lo que se debe enseñar en matemáticas desde el inicio del proceso educativo. Se trata de presentar el saber matemático desde el comienzo como un gran edificio unificado y, claramente, las matemáticas "a lo Bourbaki" se adaptan mejor a este proceso.

El movimiento de reforma de las *matemáticas modernas* se va extendiendo por todo el mundo: Los cambios de programa se fueron introduciendo en los Estados Unidos desde mediados de los años 1950; En Suiza la reforma comienza en 1958. En la Unión Soviética la reforma se produce, de la mano de **A. Kolmogorov**, en 1970. En Francia los nuevos programas se establecieron a partir de 1969, etc.

## LA OBRA DE BOURBAKI.

Como ya hemos dicho, la razón de ser de Bourbaki es la elaboración de su monumental tratado *Éléments de Mathematique.* En los primeros Congresos se planeó la obra dividida en 6 Libros, y posteriormente se añadieron otros 4 libros más, subdivididos en Capítulos (que pueden ocupar varios volúmenes).[15] Las primeras ediciones corrieron a cargo de la Editorial Hermann, aunque posteriormente se encargó de su publicación la Editorial Masson-Dunod (las versiones inglesas las realiza la Editorial Springer). Hasta el presente, han aparecido en versión francesa (la publicación que se cita corresponde a la edición de. Masson-Dunod):


Libro I: *Teoría de Conjuntos*. Un fascículo de resultados sin demostraciones, más 4 capítulos. 1 Volumen de 352 págs. Última reimpresión de 1998.

Libro II: *Álgebra.* 10 Capítulos en 5 volúmenes (1958-1981). 1712 páginas.

Libro III: *Topología General.* 10 Capítulos en 2 volúmenes (1971-1974). 710 páginas.

Libro IV: *Funciones de una variable real.* 7 Capítulos en 1 volumen. (1976). 336 páginas.

Libro V: *Espacios vectoriales topológicos.* 5 Capítulos en 1 volumen (1981). 400 páginas.

Libro VI: *Integración.*: 9 Capítulos en 5 volúmenes (1959-1969). 900 páginas

*Grupos y Álgebras de Lie*: 9 Capítulos en 4 volúmenes (1968-1982). 1170 páginas.

*Álgebra Conmutativa:* 10 Capítulos en 4 volúmenes (1964-1998). 1.111 páginas.

*Teoría Espectral:* 2 Capítulos en 1 volumen (1967). 168 páginas.

*Variedades diferenciales y analíticas:* Fascículo de resultados, sin demostraciones. (1967), 198 páginas.

[15] Los primeros seis libros se trataba de que fueran más o menos autocontenidos, mientras que los otros cuatro presuponían el conocimiento de los libros anteriores, por lo que Bourbaki no les asignó ningún número.

Como ya hemos dicho, cada uno de los libros finaliza habitualmente con unas "notas históricas" que intentan dar cuenta de la de la evolución de la materia considerada en él. La inclusión de estas notas debe mucho a la insistencia de Weil y Dieudonné, que tenían gran interés en la historia de su ciencia. Posteriormente, estas notas han sido reunidas formando un volumen titulado *Éléments d'histoire des mathematiques*[16]. También se incluye en cada Capítulo una buena cantidad de ejercicios (muchos de ellos redactados por Dieudonné, que ha merecido por ello un homenaje casi oficial por parte del grupo. Así, en la segunda edición del volumen de topología, Bourbaki escribe: "*Je tiens également à remercier mon fidèle adjudant, à qui je dois notamment, comme toujours, la plupart des exercices.*")

El orden de aparición de los capítulos no corresponde necesariamente con su orden lógico en los Libros. Por ejemplo, los dos primeros capítulos de la Teoría de Conjuntos aparecieron en 1954, cuando ya se habían publicado varios de los Capítulos de Álgebra y Topología. También ha habido numerosas reimpresiones y reediciones, algunas con versiones muy modificadas. Hay traducciones al ruso, inglés, alemán, polaco, japonés e italiano. El último libro original (el Capítulo 10 del Libro de Álgebra Conmutativa) apareció en 1998. De hecho, la última de las 129 citas que aparecen en *MathScinet* sobre N. Bourbaki, corresponde a una reimpresión de este último volumen.

La actividad más regular del grupo es la organización de los *Seminarios Bourbaki*, que, como dijimos, comenzó en 1948 y continúa en la actualidad (por ejemplo, la *exposé* nº 1028, titulada *Sieve in expansión* fue impartida por **Emmanuele Kowalski** y tuvo lugar en noviembre de 2010). Las Conferencias tienen lugar en el Instituto Henri Poincaré y por él han pasado algunos de los más famosos matemáticos del mundo. De 1948 a 1968 las Conferencias desarrolladas en el Seminario fueron publicadas por W. Benjamin. Dese el curso 1968/69 al 1980/81, aparecieron en la colección *Lecture Notes in Mathematics* de Springer. A partir del curso 1981/82 su publicación ha tenido lugar en la colección Asterisque de la Société Mathématique de France. Por supuesto, tanto el contenido

como en enfoque del Seminario han ido evolucionando desde la época de su fundación: se ha abierto a temas menos puros y ahora recibe una subvención del CNR.

Bourbaki fue pionero en la obra de sistematizar y ordenar una gran cantidad de información aparecida a lo largo de muchos años, en muchas revistas y en idiomas diferentes. También presentó el primer tratamiento sistemático de algunos temas, como son el *álgebra multilineal y exterior, los espacios uniformes, la teoría de filtros, los grupos topológicos* (y, en general, el primer tratado moderno de topología general, incluyendo en él la *teoría de filtros* de H. Cartan, las *estructuras uniformes* de A. Weil, o los *espacios paracompactos* de J. Dieudonné). El volumen de Bourbaki sobre *espacios vectoriales topológicos* fue también el primer texto sobre espacios localmente convexos, incluyendo gran parte de las nociones y notaciones usuales de la teoría. Esto explica, en parte, el gran éxito alcanzado por estas publicaciones, que ha sorprendido incluso a sus propios autores.

Pero, además, Bourbaki es responsable de la popularización de algunas de las notaciones hoy universalmente aceptadas, como $\varnothing$, $\bigcap$, y $\bigcup$, el uso de las notaciones $\mathbf{x}\otimes\mathbf{y}$ y $\mathbf{x}\wedge\mathbf{y}$ para los productos tensorial y exterior, respectivamente, la notación $\mathbf{<x,y>}$ para designar formas bilineales o $\sigma\mathbf{(E,F)}$ para denotar la topología débil. Aunque van der Waerden ya empleaba las letras N, Z, R y C para designar los conjuntos de

[16] Hay versión española: *Elementos de historia de las matemáticas.* Alianza Universidad, 1976.

números naturales, enteros, reales y complejos, respectivamente, Bourbaki propugnó el uso de estas letras en negrita, y añadió a la lista la letra **Q** para designar el conjunto de números racionales. El uso de la convención "japonesa" para designar negritas en manuscritos o notas mimeografiadas, ha conducido a la notación $\mathbb{R}$, $\mathbb{Z}$. $\mathbb{C}$, $\mathbb{N}$, etc., hoy comúnmente aceptada. Otro buen hallazgo de Bourbaki es la utilización en los márgenes de unas curvas muy visibles en forma de **Z** (*curva peligrosa*) para advertir al lector un punto especialmente delicado o resbaladizo:

> 7. Certains passages sont destinés à prémunir le lecteur contre des erreurs graves, où il risquerait de tomber ; ces passages sont signalés en marge par le signe Z (« tournant dangereux »).

Menos éxito han tenido las propuestas de notación $\complement$ para denotar la complementación de conjuntos o $\mathbf{pr}_1$, $\mathbf{pr}_2$ para las proyecciones sobre un espacio producto.

La actitud de Bourbaki es radical en cuanto a seguir siempre una terminología rígida, sustituyendo el lenguaje informal y las abreviaturas por términos técnicos precisos. Eso le ha llevado a veces a introducir, con mayor o menor éxito, una nueva terminología. Entre los éxitos deben apuntarse nociones como *anillo noetheriano, artiniano, de Dedekind* o *factorial,* la de *álgebra sobre un anillo,*y las de *espacio paracompacto, espacio tonelado* o *espacio bornológico*, por citar alguna de ellas. También se debe a Bourbaki el uso generalizado del término *compacto*, en lugar del antiguo de bicompacto, o la distinción entre *bola abierta, bola cerrada* y *esfera* en espacios métricos, así como la introducción de las palabras *suprayectiva* y *biyectiva* para complementar la ya existente notación de *inyectiva*, referida a aplicaciones.

## BOURBAKI Y EL ESTRUCTURALISMO.

El primer tercio del siglo XX contempló una gran cantidad de cambios profundos en muchos aspectos de la vida cultural y científica, caracterizados por la búsqueda de nuevos paradigmas y la ruptura con la historia anterior: La imagen del universo sufre un cambio radical con la aparición de la Teoría de la Relatividad y la Mecánica cuántica; en la pintura, el cubismo y otros movimientos artísticos pretenden romper con los

*Les Demoiselles d'Avignon, Pablo Picasso, 1907*.

principios de la forma, centrándose en las *relaciones* entre los elementos de un tema y desarrollando así una nueva forma artística.

La revolución artística se ha resumido así:

> *"Destruir el nuevo mundo y reconstruirlo como un mundo moderno. Dejar de lado la antigua humanidad para avanzar hacia una nueva. Desmantelar la Academia para instituir un nuevo estado de la mente. Ése fue el programa propuesto por el arte moderno..."*(C. Grenier; cita tomada de [Ac], p. 75.)

Esta revolución afectó también a la escultura, la música, la arquitectura, y se extendió a campos tan diversos como la antropología, la lingüística , la psicología o la economía. Y ése mismo espíritu es el que inicialmente guía a Bourbaki. Como agudamente señala P. Cartier en la entrevista tantas veces citada:

> *"Si se pone el manifiesto de los surrealistas al lado de la introducción de Bourbaki o de otros muchos manifiestos de la época, veremos que se parecen mucho* [...] *En la ciencia, el arte, la literatura, la política, la economía, había el mismo espíritu. El objetivo declarado de Bourbaki era crear unas* nuevas matemáticas*. Bourbaki no citaba ningún otro texto matemático. Bourbaki era autosuficiente* [...] *Era la época de la ideología: Bourbaki iba a ser el nuevo Euclides y escribiría un texto para los próximos 2000 años.* [Se; p. 27]

La continua ruptura con el pasado y el énfasis puesto en el estudio de las relaciones de interdependencia entre los elementos que forman parte de una disciplina dio origen a una nueva corriente de pensamiento que fue dominante en Occidente a mediados del siglo XX: El *Estructuralismo*. Esta filosofía propone encontrar la *estructura* oculta de los datos o fenómenos estudiados, en lugar de dar una mera descripción de los mismo. Lo relevante para el estructuralismo es el simbolismo y las relaciones entre las entidades estudiadas, y no las propias entidades Tiene sus orígenes en la lingüística, con los trabajos iniciales de **Jakobson** y el Círculo Lingüístico de Praga, pero pronto se extendió a muchas otras áreas y disciplinas. Pero es al antropólogo francés **Claude Lévi-Strauss** a quien se le considera el "padre del estructuralismo" Su Tesis *Las estructuras elementales del parentesco*, publicada en 1943, es un verdadero clásico. En ella se estudian los sistemas de parentesco en algunas tribus de aborígenes australianos que mantenían un código estricto de normas que regulaban las posibilidades de matrimonio entre las distintas tribus. Levi Strauss trató de aplicar los principios del análisis lingüístico estructural a la antropología, asimilando los términos de parentesco con el sistema de fonemas de una lengua, pero el resultado no fue muy satisfactorio. Por ello pensó en pedir ayuda a un matemático, y así fue a ver a **J. Hadamard,** quien por entonces estaba en Nueva York. Pero Hadamard no le prestó ninguna ayuda[17]. Ante la negativa, Levi-Strauss se dirigió a A. Weil, que también estaba en Nueva York, y aquí el resultado fue muy diferente: Weil se puso a estudiar el problema con métodos algebraicos, y lo resolvió, descubriendo una estructura de *grupo* que regía el proceso. Sus resultados aparecen en el apéndice de la Tesis de Levi-Strauss.

Weil explicó a Levi-Strauss que había resuelto el problema haciendo caso omiso de los elementos reales del mismo, y centrándose en las *relaciones* entre los matrimonios. Así descubrió una *estructura* oculta que explicaba el problema, y que no podía haberse descubierto por los métodos estructurales menos formales de los lingüistas. Este hecho fascinó a Levi-Strauss, quien a partir de entonces se dedicó a promocionar el uso de los métodos estructurales rigurosos, en el sentido indicado por Weil. Y esta es la idea básica del estructuralismo: lo importante no son los elementos estudiados, sino las relaciones entre ellos.

Es evidente la conexión entre el análisis estructural promovido por Levi-Strauss y la idea de estructura matemática que es medular en la obra de Bourbaki.

El análisis estructural se extendió a muchos otros campos, como la psicología (J. Piaget, ya citado y, sobre todo, **J. Lacan)** o la economía, a través de la introducción de *modelos estructuralistas* econométricos (**G. Debreu, W. Leontief,** etc.)[18] Y en todos los casos, Bourbaki y su enfoque estructural de la matemática se convirtió en el referencial básico y el intermediario cultural entre las distintas áreas en las cuales el estructuralismo había tenido éxito[19], aunque en muchos casos, la noción de estructura matemática de Bourbaki no fue utilizado de forma efectiva y directa por la mayor parte de los estructuralistas. De todas formas, es cuanto menos llamativo que la decadencia del estructuralismo a comienzo de los años 1970 coincida con el declive de la era Bourbaki.

## TRIUNFO Y DECADENCIA.

Como hemos dicho más arriba, el éxito de ventas de los primeros volúmenes de los *Éléments* sorprendió a sus propios autores. Cada nuevo volumen era adquirido no sólo por las bibliotecas de los departamentos universitarios de matemáticas, sino por gran número de profesionales y estudiantes. En las décadas siguientes a su fundación, los libros de Bourbaki se convirtieron en clásicos en muchas áreas de la matemática pura. La labor de sistematización y presentación ordenada de una gran cantidad de información preexistente fue muy positivamente valorada por la mayor parte de los especialista concernidos[20]. Los conceptos, nomenclatura y el peculiar estilo de Bourbaki se convirtieron en estándares universalmente aceptados. A partir de 1950

[17] Al parecer, Hadamard dijo a Levi-Strauss: *"la matemática tiene cuatro operaciones, y el matrimonio no está entre ellas."*

[18] El lector interesado puede consultar en [Ac] una amplia panorámica del estructuralismo en las distintas áreas.

[19] Así, por ejemplo, el historiador **François Dosse** afirma que *"la ideología de Bourbaki ha hecho una gran aportación a la mentalidad y la actividad del estructuralismo"* (citado en [Ac; p. 114).

[20] Pueden verse en [Co; Ch. 7] alguno de los informes laudatorios sobre diversas obras de Bourbaki y abundantes referencias al respecto.

y durante dos décadas, Bourbaki fue una de las figuras dominantes en el mundo de las matemáticas[21]. Su influencia en la actividad matemática durante los 50 años siguientes a su fundación fue enormemente significativa, tanto por el número de referencias explícitas a sus libros, como por la forma en que ha inspirado un determinado estilo de hacer y escribir matemáticas.

Indudablemente, el éxito de Bourbaki está ligado en parte a la calidad científica de sus miembros. Todos ellos han sido matemáticos excelentes, con una producción científica propia muy destacada. Cinco de ellos han obtenido una *Medalla Fields,* el reconocimiento internacional más importante a la excelencia en Matemáticas, otorgado en los Congresos Internacionales de Matemáticos que se celebran cada cuatro años: Laurent Schwartz (en 1950), Jean Pierre Serre (en 1954), Alexander Grothendieck (en 1966), **Alain Connes** (en 1982) y **Jean-Christophe Yoccoz** (en 1994)[22].

Pero entonces, ¿Por qué se produce un rápido declive en la influencia y popularidad de Bourbaki a partir de mediados de los 1970? Las razones son muchas y variadas. Por un lado, en gran parte Bourbaki cumplió su objetivo: Su estilo y forma de presentar las matemáticas han calado profundamente en la comunidad matemática, de modo que, a partir de los años 1970 gran parte de los libros de referencia en muy distintas áreas están redactados *à la Bourbaki.*

Por otro lado, en esa época se produce de nuevo una verdadera explosión en la producción de matemáticas. Si hemos dicho que cuando se creó Bourbaki (1935) el índice del *Zentralblatt* recogía 68 disciplinas y 197 sub-disciplinas en matemáticas, en 1979 la clasificación del *Mathematical Reviews* registraba 61 disciplinas y ¡3.400 subdisciplinas! Una estimación de Ulam, citada en [DH, p. 33] cifraba en más de 200.000 teoremas *nuevos* anuales los aparecidos en matemáticas en los años 1970. Como se preguntan **Davis** y **Hersh** en la obra citada, *"¿cómo reconciliar este hecho con la creencia de que la matemática sobrevivirá como ciencia única y unificada? En matemática uno llega a casarse con la minúscula parcela que es la propia especialidad.* Obviamente esta necesidad de especialización y puesta al día constante tuvo que afectar también a los miembros individuales del grupo, unido a la creciente actividad investigadora de muchos de ellos. Así, el tiempo dedicado a la obra colectiva, cada vez podía ser menor.

Además, la analogía que tanto gustaba a los bourbakistas de comparar la matemática a un frondoso árbol, con sus raíces bien establecidas en la teoría de conjuntos, ha dejado de ser verosímil. Hoy en día se podría comparar las matemáticas más bien con un bosque o una población de setas con un amplio y variado micelio...[23]. La frontera entre la matemática pura y la aplicada se ha hecho más y más difusa: campos como la geometría, los fractales y la topología tienen fuertes interrelaciones con la física teórica, el tratamiento de imágenes o la inteligencia artificial. Incluso campos tan abstractos y *puros* como la teoría de números y la geometría algebraica tienen hoy importantes aplicaciones en criptografía y en la transmisión de información. En fin, el paisaje matemático ha cambiado mucho. Y no es en absoluto fácil establecer un desarrollo sistemático de todas las *herramientas* necesarias para el desarrollo de todos sus aspectos. Esta opinión está refrendada, incluso, por varios ilustres ex-miembros del grupo:

> "[Bourbaki] *...consiguió su objetivo de proporcionar los fundamentos de todas las matemáticas existentes. Pero también, si uno tiene un formato demasiado rígido, es muy difícil incorporar nuevos desarrollos."* [Se; p. 26].

Y

> "*Lo novedoso de la obra* [de Bourbaki] *es la precisión con la que se define la estructura, que aparece como el hilo conductor que da coherencia a todo el tra-*

21 En palabras de **S. Mac Lane**, uno de los fundadores de la teoría de categorías, *una generación completa de estudiantes fue entrenada para pensar como Bourbaki.*

22 Hay también excelentes matemáticos franceses que no han formado parte del grupo, como **René Thom** (medalla Fields en 1958), **Gustave Choquet, Jean Leray, F. L. Lions,** o **P. L. Lions** (medalla Fields en 1994), entre otros.

23 *"La vieja esperanza de los bourbakistas de ver surgir las estructuras matemáticas de la jerarquía de los conjuntos, de sus subconjuntos y de su combinatoria, es sin duda alguna una quimera."* (R. Thom: *Les mathématiques modernes: une erreur pédagogique et philosophique?.* En L'Age de la Science, **3** (1970), 225-236. Y también: *"La unidad de las matemáticas no está fundamentada sobre una sóla raíz, la teoría de conjuntos, como propugnaban los bourbakistas, sino sobre el hecho de que las difrerentes ramas comunican entre sí."* (J. P. Kahane).

*tado. Pero* [...] *después de la década de 1950 la idea de estructura pasó de moda, superada por el influyo de los nuevos métodos categoriales en alguna de las áreas más activas de la matemática, como la topología o la geometría algebraica. Así, la noción de* topos *se resiste a formar parte de la bolsa de estructuras de Bourbaki* [...] *Al tomar a sabiendas la decisión de no realizar esa revisión, Bourbaki renuncia a su propósito inicial de contribuir a la formulación de los fundamentos y el lenguaje básico de toda la matemática moderna."* (A. Grothendieck. Memorias: *Promenade à traver une oeuvre ou l'enfant et la mère.* La cita se ha tomado de [Ac; p. 166])

A todas estas circunstancias se suman el grave problema que surgió en 1980 con la Editorial Hermann, hasta entonces la encargada de publicar los *Éléments,* por cuestiones sobre derechos de autor para las traducciones y publicación en el extranjero. El grupo contrató un excelente (y caro) abogado (el mismo que asesoró a los herederos de Picasso) y se embarcó en una larga y costosa batalla legal, que finalmente ganó, pero también lo dejó exhausto. El grupo se dedicó a revisar ampliamente los antiguos textos para realizar reediciones con otra editorial, lo que prácticamente les ocupó todo su tiempo.

En resumen, la era de Bourbaki tuvo su época de esplendor y puede decirse que cumplió con creces sus objetivos iniciales. Hoy es opinión generalizada que Bourbaki está prácticamente muerto. No hay miembros del grupo entre los cuarenta matemáticos más importantes de Francia y el colectivo no publica apenas nada (salvo las *Exposés* de los Seminarios que se siguen realizando en el Instituto Henri Poincaré).

Con sus luces y sombras, Bourbaki ha sido una referencia fundamental en el desarrollo de las matemáticas del siglo XX que, para bien o para mal, serían completamente distintas de lo que son sin su existencia.

## REFERENCIAS


1. [Ac] AMIR D. ACZEL, *El artista y el matemático.* Ed. Gedisa, 2009.
2. [Ba] S. BANACH, *Théorie des Opérations Linéaires*, Z Subwencji Funduszu Kultury Narodowej, Warszawa, 1932.
3. [Bea] L. BEAULIEU, *A Parisian café and ten proto-Bourbaki meetings (1934-1935).* The Math. Intelligencer, **15** nº 1 (1993), 27-35.
4. [Bo1] F: BOMBAL, *Bourbaki,* en "Historia de la Matemática en el siglo XX," Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Madrid 1998, págs.. 313-323.
5. [Bo2] F. BOMBAL, *Laurent Schwartz, el matemático que quería cambiar el mundo.* La Gaceta de la RSME, Vol. 6, nº 1 (2003), 177-201.
6. [Bo3] F. BOMBAL, *Alexander Grothendieck's work on Functional Analysis.* En "Advanced Courses of Mathematical Analysis II. Proceedings of the second international school." M. V. Velasco y A. Rodríguez-Palacios, Editores. Págs. 16-36. World Scientific Publishing Co., Singapore, 2007.
7. [Bo] A. BOREL, *Twenty-five years with Nicolas Bourbaki, 1949-1973.* Notices of the A.M.S., vol **45**, No. 3 (1998), 373-380.
8. [B1] N. BOURBAKI, *Foundations of Mathematics for the working mathematician.* Journal of Symbolic Logic **14** (1948), 1-14.
9. [B2] N. BOURBAKI, *The Architecture of Mathematics.*American Math. Monthly **57** (1950), 221-232.
10. [Ca1] H. CARTAN, *Nicolas Bourbaki and contemporary mathematics.* Math. Intelligencer **2** (1979-80), 175-180.
11. [Ca2] H. CARTAN, *André Weil: Memories of a long friendship*. Notices of the A.M.S., Vol. **46** No. 6 (1999), 633-636.
12. [Car] P. CARTIER, *A mad day's work: from Grothendieck to Connes and Kontsevich. The evolutions of concepts of space and symmetry.* Bull. Amer. Math. Soc. **38**, 4 (2001), 389-408.
13. [Co] L. CORRY, *Modern Algebra and the rise of Mathematical Structures.* Birkhäuser, Berlín, 1996.
14. [DH] P. J. DAVIS, R. HERSH, *Experiencia Matemática.* MEC y Labor, Barcelona, 1982.
15. [D1] J. DIEUDONNÉ, *The Difficult Birth of Mathematical Structures (1840-1940).* Scientia (1979), 7-23.
16. [D2] J. DIEUDONNÉ, *The work of Bourbaki during the last thirty years.* Notices of the Amer. Math. Soc. (1982), 618-623,
17. [Ha] P. R. HALMOS, *Nicolas Bourbaki*. Scientific American, (1957), May, 88–99. Hay versión española en "Matemáticas en el Mundo Moderno", Ed. Blume (1974), 89-94.
18. [He] J. HERNÁNDEZ, *Las estructuras matemáticas y Nicolás Bourbaki.* Seminario "Orotava" de Historia de la Ciencia. La Orotava, Tenerife, 1995.

**19.** [Gu] D. GUEDJ, *Nicholas Bourbaki, Collective Mathematician.- An Interview with Claude Chevalley.* Math. Intelligencer, **7** (1985), 18-22.

**20.** [Le] F. LE LIONNAIS, *Las grandes corrientes del pensamiento matemático.* Eudeba, 1962.

**21.** [Ma] A. R. D. MATHIAS, *The Ignorance of Bourbaki.* Math. Intelligencer, **14** (1992), 4-13.

**22.** [Pi] J: PIAGET, *L'initiation aux mathématiques modernes, les mathématiques modernes et la pzsicologie de l'enfant.* L'Eneseignement mathématique **12** (1966), 284-292.

**23.** [Sch] L. SCHWARTZ, *Un mathematicien aux prises avec le siècle.* París, Odile Jacob, 1997.

**24.** [Se] M. SENECHAL, *The continuing silence of Bourbaki.-An interview with Pierre Cartier, June 18, 1997.* The Math. Intelligencer, Vol. **20**, No. 1 (1998), 22-28.

**25.** [We] A. WEIL, *Souvenirs d'apprentissage.* Birkhauser, 1991**.** Hay version española: *Memorias de aprendizaje*, Ed. Nivola, 2002.